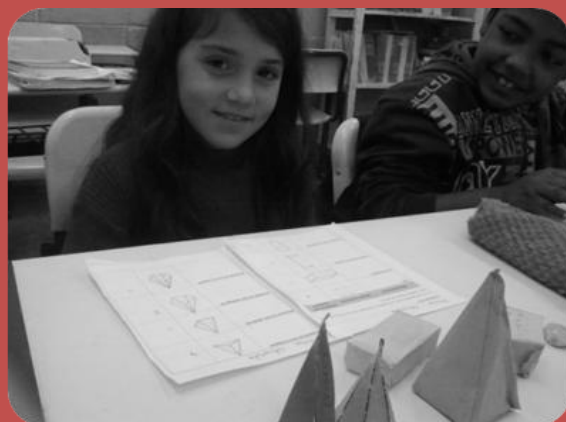




# ORIENTAÇÕES CURRICULARES do Estado de São Paulo Anos Iniciais do Ensino Fundamental MATEMÁTICA

VERSÃO PRELIMINAR





# CURRÍCULO DE **MATEMÁTICA** DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

## **ORIENTAÇÕES CURRICULARES DO ESTADO DE SÃO PAULO**

COORDENADORIA DE GESTÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA - CGEB  
DEPARTAMENTO DE GESTÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA - DEGEB  
CENTRO DE ENSINO FUNDAMENTAL DOS ANOS INICIAIS- CEFAI  
CENTRO DE ENSINO FUNDAMENTAL DOS ANOS FINAIS, ENSINO MÉDIO E CEFAF

2014

**VERSÃO PRELIMINAR**

# Sumário

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>2</b>
<b>2. FINALIDADES DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA OS ESTUDANTES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL .....</b>	<b>3</b>
<b>3. O INÍCIO DE UM PERCURSO EM DIREÇÃO À CONSECUÇÃO DE OBJETIVOS MAIS AMPLOS .....</b>	<b>7</b>
<b>4. ENSINAR E APRENDER MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL .....</b>	<b>9</b>
<b>5. CONTEÚDOS MATEMÁTICOS PARA EXPLORAR COM ALUNOS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL .....</b>	<b>12</b>
<b>6. EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM PARA OS CINCO ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL .....</b>	<b>14</b>
6.1 PRIMEIRO ANO .....	15
6.2 SEGUNDO ANO .....	20
6.3 TERCEIRO ANO .....	25
6.4 QUARTO ANO .....	29
6.5 QUINTO ANO .....	34
<b>7. A ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO EM SALA DE AULA .....</b>	<b>39</b>
<b>8. O ACOMPANHAMENTO E A AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM DAS CRIANÇAS E DAS ATIVIDADES DE ENSINO REALIZADAS .....</b>	<b>41</b>
<b>9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>43</b>



# Educação Matemática nos Anos Iniciais

## 1. INTRODUÇÃO

Ao apresentar as orientações curriculares para o ensino de Matemática da Rede Estadual de São Paulo, referentes aos anos iniciais do Ensino Fundamental, este documento situa-se no nível do chamado currículo prescrito caracterizado por um conjunto de decisões e orientações normativas no âmbito da rede estadual, que vislumbra um modelo democrático de escola e de formação de seus estudantes, que têm direito de ter acesso a um conjunto de saberes que constituem a base para o exercício de sua cidadania. Essas orientações servem como ponto de partida para elaboração de propostas didáticas contidas em diferentes materiais didáticos e orienta professores e gestores na organização e desenvolvimento de sua prática pedagógica.

O desenvolvimento curricular se dá em um *continuum* de decisões, presentes em variados contextos e instâncias que incluem o âmbito da Secretaria de Estado da Educação, por meio de seus órgãos centrais e regionais, o âmbito da escola e o âmbito da sala de aula incluem, portanto, diferentes atores. O currículo pode ser entendido como uma amálgama de múltiplas práticas e atividades que circundam o processo de formação escolar, tornando-se um dos conceitos mais potentes, estrategicamente falando, para analisar como a prática se sustenta e se expressa de uma forma peculiar dentro de um contexto escolar<sup>1</sup>.

Dentre as decisões iniciais a serem tomadas no nível de um currículo prescrito estão as finalidades do componente curricular, no caso a Matemática, para a formação dos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, as definições de ordem metodológicas ligadas ao ensino e à aprendizagem, a indicação de blocos de conteúdos e as expectativas de aprendizagem referentes a cada bloco, para esse período da escolaridade.

---

<sup>1</sup> Sacristán, J. G. *O currículo: uma reflexão sobre a prática*. 2. ed. Tradução: Ernani F. da Fonseca Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

### 2. FINALIDADES DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA OS ESTUDANTES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Todas as pessoas e, em particular, todas as crianças e jovens têm direito de aprender Matemática, em atendimento às necessidades individuais, sociais e culturais. Esse é um motivo para que a Matemática faça parte dos currículos ao longo de todos os anos da escolaridade obrigatória.

A Matemática representa parte do patrimônio cultural da humanidade e um modo de pensar. A sua apropriação é um direito de todos. Neste sentido, seria impensável que não se proporcionasse a todos a oportunidade de aprender Matemática de um modo realmente significativo, do mesmo modo que seria inconcebível eliminar da escola básica a educação literária, científica ou artística.

Assim, espera-se que todas as crianças e jovens devam ter possibilidade de ter contato, em um nível apropriado, com as ideias e os métodos fundamentais da Matemática e de apreciar o seu valor e a sua natureza. É preciso enfim, que sejam educadas, matematicamente. Esta educação deve contribuir principalmente para ajudar os alunos a tornarem-se indivíduos competentes, críticos e confiantes nos aspectos essenciais em que a sua vida se relaciona com a Matemática. Para tanto, todas as crianças e jovens devem desenvolver as capacidades básicas de usar esta ciência para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e se comunicar, assim como desenvolver a autoconfiança necessária para fazê-lo.

Mas quais são essas capacidades básicas? Muito frequentemente, as necessidades básicas em termos de formação matemática são identificadas com as competências elementares de cálculo, especialmente aquela necessária para realizar algoritmos das chamadas "quatro operações", no caso dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Certamente, essa é uma visão bastante inadequada do que são as competências matemáticas que todas as pessoas devem desenvolver nos dias atuais.

O cálculo é, naturalmente, parte integrante da Matemática, mas aprender procedimentos de cálculo isolados, por si só, não promove o contato dos alunos com as ideias e os modos de pensar fundamentais da Matemática e não garante que eles sejam capazes de mobilizar os conhecimentos relevantes quando tiverem que enfrentar de fato, situações problemáticas mais simples surgidas em um contexto diferente.

Desde os anos 1980, documentos internacionais como a Agenda para a Ação, publicada nos Estados Unidos pelo NCTM - *National Council of Teachers of Mathematics* - indicam explicitamente a resolução de problemas como um dos instrumentos de aprendizagem essenciais (ao lado de outros como a leitura, a escrita e o cálculo) e fazem

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

referência a que, além dos conhecimentos, também as capacidades, os valores e as atitudes devam constituir conteúdos básicos de aprendizagem.

Foi essa, também a perspectiva dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental, publicados pelo Ministério da Educação do Brasil, em 1997, em consonância com o que sucedeu em outros países, como mostram estudos comparados realizados sobre as reformas educativas nas últimas décadas.

Também nas últimas décadas, demandas sociais chamaram a atenção dos educadores para a ideia do que significa ser alfabetizado. Os padrões à luz dos quais se entende o que significa ser alfabetizado vão mudando com o tempo, em um processo que tem a ver com os níveis de exigência da sociedade em cada momento e com o desenvolvimento da ciência e da tecnologia, entre outros fatores. Especialmente no caso da Matemática, passou-se a falar em cidadãos quantitativamente letrados que precisam de saber mais do que fórmulas e equações. Necessitam de uma predisposição para observarem o mundo por meio de olhos matematicamente críticos, para se aperceberem dos benefícios (e riscos) da aplicação do pensamento quantitativo nos assuntos cotidianos e para abordarem problemas complexos com confiança no valor do raciocínio ponderado.

Além disso, esses novos conceitos de alfabetização estão inevitavelmente ligados à ideia de aprendizagem ao longo da vida. No caso da Matemática, as tradicionais “competências de cálculo” estão longe de corresponder às exigências da nossa sociedade atual e daquilo que poderíamos considerar “ser matematicamente alfabetizado”.

Atualmente, tem-se inclusive menos exigência de cálculo no cotidiano do que no passado: máquinas não só efetuam as operações como calculam os trocos e as porcentagens e, em muitos casos, registram esses valores numéricos.

No entanto, ao mesmo tempo, o mundo em que vivemos está cada vez mais matematizado e modelos matemáticos são usados em diferentes domínios de atividade. Por outro lado, são cada vez mais ricas, variadas e sofisticadas as informações numéricas com que lidamos a respeito dos mais diversos assuntos e na realização de nossas tarefas diárias.

Na realização dessas tarefas, aquilo que é determinante não é a proficiência de cálculo — geralmente efetuado com o recurso de uma calculadora ou de um computador — mas sim um conjunto de competências, como perceber qual é a operação adequada, estimar a razoabilidade do resultado, localizar os dados relevantes em uma tabela, interpretar um gráfico ou decidir a sequência de passos necessários para resolver um problema. Em algumas situações, é importante saber avaliar criticamente a validade de um argumento, por exemplo, analisando se uma generalização está apenas baseada em casos particulares ou se uma amostra é representativa de uma determinada população. No que diz respeito ao cálculo, à realização dos algoritmos das operações com papel e lápis é preciso acrescentar a competência para efetuar cálculos mentalmente e com a calculadora e, ainda, para decidir quando é apropriado usar um ou outro procedimento.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

Em outras situações, são ainda relevantes capacidades ligadas à visualização e à orientação espacial, como sucede quando se pretende interpretar uma imagem ou uma construção ou produzir uma explicação relativa a uma figura ou a um trajeto.

Em que pesem as investigações e propostas realizadas, macro-avaliações e estudos qualitativos mostram repetidamente que grande parte dos alunos têm desempenhos razoáveis nos procedimentos rotineiros de cálculo, mas têm resultados muito fracos em tarefas de resolução de problemas. Por outro lado, a investigação tem mostrado, por exemplo, casos de crianças e adultos que são capazes de resolver problemas da vida corrente por meio do uso correto de procedimentos orais de cálculo depois de terem fracassado na escola em exercícios que envolviam algoritmos das mesmas operações.

Poder-se-ia, talvez, pensar que o treino intensivo em procedimentos de cálculo deveria constituir uma prioridade para os primeiros anos de escolaridade, funcionando como um pré-requisito para uma aprendizagem posterior de competências de “ordem superior” ligadas ao pensamento e à resolução de problemas. No entanto, a experiência e a investigação educacional vêm questionando, cada vez mais, esta hierarquização de competências.

Ser matematicamente competente na realização de uma determinada tarefa implica ter os conhecimentos necessários como a capacidade de identificá-los, como também a capacidade de mobilizá-los na situação concreta e ainda a disposição para fazê-lo efetivamente. Esses três aspectos (conhecimentos, capacidades, atitudes) são inseparáveis não só nas novas tarefas que surgem aos alunos, mas, também, no próprio processo de aprendizagem.

Se é certo que as capacidades se desenvolvem sobre conhecimentos concretos, não é menos verdade que a ausência de elementos de resolução de problemas ou de hábitos de pensamento é, muitas vezes, um obstáculo intransponível para se adquirirem mesmo as competências usualmente consideradas mais básicas.

No caso da Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, de pouco servirá tentar ensinar regras práticas em situações fora de contexto e maneiras que não tenham qualquer significado para as crianças e em que estas não são estimuladas a usar e expressar o seu pensamento. A escola tem justamente a função de ajudar os alunos a desenvolver suas capacidades e de cultivar a sua disposição para usá-las mesmo que isso envolva algum esforço de pensamento.

Em suma, o treino isolado e mecanizado de procedimentos de cálculo, assim como o conhecimento memorizado de termos e fatos, não ajuda os alunos a compreender o que é a Matemática, não constitui um pré-requisito para o desenvolvimento de capacidades ligadas ao raciocínio e à resolução de problemas e nem sequer garante que os alunos sejam capazes de utilizar na prática os conhecimentos supostamente adquiridos. Tais conhecimentos são relevantes se forem integrados num conjunto mais amplo e significativo de competências e

**VERSÃO PRELIMINAR**





## Educação Matemática nos Anos Iniciais

se a sua aquisição for guiada por uma perspectiva que valorize o desenvolvimento de capacidades de pensamento e de atitudes positivas face à Matemática e à aprendizagem.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

### 3. O INÍCIO DE UM PERCURSO EM DIREÇÃO À CONSECUÇÃO DE OBJETIVOS MAIS AMPLOS

Nos anos iniciais do ensino fundamental tem início um percurso que será seguido pelos alunos e que precisa levar em conta os objetivos gerais que se pretende alcançar ao final dessa etapa da escolaridade. Sendo assim, é fundamental retomar e reafirmar esses objetivos gerais, a saber:

- identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
- fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório e probabilístico);
- selecionar, organizar e produzir informações relevantes para interpretá-las e avaliá-las criticamente;
- resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
- comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
- estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
- sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;
- interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

Considerando a importância de que a Matemática seja entendida pelos estudantes como uma forma de compreender e atuar no mundo e que o conhecimento gerado nessa área do saber seja percebido como fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural, é fundamental que além da aprendizagem de conceitos e procedimentos, ao longo do ensino fundamental, professores e estudantes construam um ambiente favorável para essa aprendizagem e constituam atitudes positivas em relação aos seguintes aspectos:

- Confiança na própria capacidade para elaborar estratégias pessoais diante de situações-problema.
- Valorização das trocas de experiências com seus pares como forma de aprendizagem.
- Curiosidade por questionar, explorar e interpretar os diferentes usos dos números, reconhecendo sua utilidade na vida cotidiana.
- Interesse e curiosidade por conhecer diferentes estratégias de cálculo.
- Apreciação da organização na elaboração e apresentação dos trabalhos.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

### 4. ENSINAR E APRENDER MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Do ponto de vista da discussão de um currículo, uma reflexão fundamental é a de análise sobre o modo como os alunos aprendem e, em particular, como aprendem Matemática. Dessa reflexão emerge evidentemente outra discussão importante que é a de como ensinar Matemática às crianças, de forma compatível às suas formas de aprendizagem.

As investigações desenvolvidas no âmbito da psicologia e da educação matemática em particular, nas últimas décadas, em torno do que é e como se processa a aprendizagem têm indiscutível relevância.

Se ainda considerássemos a criança como um “recipiente” que armazena informação, então o papel do professor é essencialmente o de transmitir “corretamente” essa informação. Nessa perspectiva, os alunos são confrontados com princípios e regras que devem “adquirir” para depois aplicar. O professor atribui um significado às suas próprias palavras e ações, esperando que o mesmo seja “apreendido” pelos alunos, de modo organizado, previsível e essencialmente passivo.

Porém, as coisas são muito diferentes se a aprendizagem é considerada um processo de construção ativa do conhecimento por parte das crianças. Estas concebem um modelo do mundo com base nas experiências que vivem e nos conhecimentos prévios que têm. Ao entrar na escola, têm já conhecimentos informais de Matemática que não podem ser ignorados.

De outro lado, a natureza das atividades que realizam assume uma importância fundamental uma vez que é sobre a sua própria experiência que vão desenvolvendo os novos conhecimentos, construídos em continuidade aos que já possuíam e por meio do filtro das crenças e atitudes que têm relativamente ao assunto em estudo e à própria aprendizagem.

De fato, o aluno dá significado às coisas a partir daquilo que sabe, de toda a sua experiência anterior e, não necessariamente, a partir da lógica interna dos conteúdos ou do sentido que o professor atribui às mesmas coisas. A aprendizagem requer o envolvimento das crianças em atividades significativas. As explicações do professor, em um momento adequado e de uma forma apropriada, são certamente elementos fundamentais. Convém ressaltar que, não adianta ensinar conteúdos novos de modo expositivo se as crianças não tiveram oportunidades de viver experiências concretas sobre as quais essas explicações podem fazer sentido.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

Ter consciência deste fenômeno não retira a importância do papel do professor, pelo contrário, coloca-lhe até novas exigências e necessidade de conhecimentos.

Para haver uma apropriação de novas ideias e novos conhecimentos, não basta que o aluno participe de atividades, é preciso que se envolva em um processo de reflexão sobre essas atividades.

A utilização de materiais manipuláveis e instrumentos tecnológicos, por exemplo, pode ser importante como ponto de partida ou suporte de muitas tarefas escolares. Mas trata-se de um meio e não de um fim, pois o essencial está na natureza da atividade intelectual dos alunos.

Se temos interesse em valorizar as capacidades de pensamento dos alunos, teremos de criar condições para que eles se envolvam em atividades adequadas ao desenvolvimento dessas capacidades. Não é por fazer muitas contas que os alunos aprendem a identificar quais são as operações que fazem sentido numa situação nova. Não é por fazer muitos exercícios repetitivos que os alunos adquirem a capacidade de resolver problemas. Não é por memorizar nomes de figuras geométricas ou enunciados de propriedades que os alunos aprendem a raciocinar e a argumentar geometricamente.

A ausência de elementos de compreensão, raciocínio e resolução de problemas nas atividades dos alunos pode mesmo ser responsável por grande parte das dificuldades que muitos sentem em realizar procedimentos aparentemente simples. Quando um aluno realiza uma tarefa matemática de forma mecânica e sem lhe atribuir qualquer sentido, é muito provável que ele seja incapaz de reconstituir aquilo que parecia saber fazer perante uma situação que apresenta alguma diferença (mesmo que pequena) ou que esteja colocada num contexto diferente (ainda que familiar).

Convém destacar que as competências dos dois tipos — conhecimento de termos, fatos e procedimentos, por um lado, e a capacidade de raciocinar e resolver problemas, por outro — se desenvolvem ao mesmo tempo e apoiando-se umas às outras. Além disso, convém salientar que certamente, as crianças não aprendem algo de uma vez por todas. A aprendizagem é um processo gradual de compreensão e aperfeiçoamento. À medida que se vão envolvendo em novas situações, os alunos vão relacionando aquilo que já sabiam com as exigências das novas situações. Nesta perspectiva, a aprendizagem é, em grande parte, uma questão de estabelecer relações, ver as mesmas coisas de outros ângulos ou em outros contextos.

Quando estas relações são ignoradas e se considera que os conhecimentos anteriores estão adquiridos e arquivados, ocorre um fenômeno que todos os professores experientes conhecem: muitos alunos, simplesmente, começam a errar naquilo que pareciam saber ou deixam, até, de evidenciar capacidades que lhes eram reconhecidas. Há crianças que desenvolvem uma capacidade de cálculo mental notável e que depois parecem perdê-la

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

quando ela lhes surge como irrelevante e totalmente desligada dos processos algorítmicos do cálculo com papel e lápis.

Quando se pensa em termos de aprendizagem, cometer erros ou dizer as coisas de modo imperfeito ou incompleto não é um mal a evitar, é algo inerente ao próprio processo de aprendizagem. É na medida em que o aluno se expõe e tanto ele como o seu professor se apercebem dos erros e da sua origem que é possível falar sobre isso, compreender melhor o que está em causa, contribuir para uma aprendizagem mais significativa. Assim, como o fato de um aluno ter sucesso em uma determinada tarefa não garante que ele “domine” o assunto para sempre e em todas as situações, também o insucesso em uma tarefa não significa que o aluno esteja irremediavelmente condenado a não compreender esse assunto.

A aprendizagem não é uma questão meramente cognitiva. Os aspectos afetivos estão igualmente envolvidos e são muitas vezes determinantes. Não apenas a motivação para aprender é essencial, como a natureza dessa motivação influencia o modo como os alunos se envolvem nas tarefas e aprendem. Se um aluno quer terminar uma tarefa apenas para ter uma nota positiva, é muito provável que adote uma atitude defensiva, procurando simplesmente obter o resultado “certo” e não cometer erros. Mas se está intrinsecamente motivado para realizar a tarefa, se realmente a valoriza, mais facilmente aceitará correr riscos para melhorar o seu trabalho e mais provavelmente se envolverá na exploração da situação e na compreensão daquilo que ela envolve.

Também as concepções que os alunos têm sobre a Matemática e sobre o seu papel como alunos de Matemática desempenham um papel crucial na aprendizagem. Quando um aluno acredita que a Matemática é a ciência do certo ou errado, em que aquilo que conta é saber antecipadamente como se fazem as coisas e ser rápido em fazê-las, então ele tenderá a desvalorizar, na prática, os processos de pensamento; muito provavelmente, ficará à espera que o professor lhe diga se aquilo que fez está certo e, perante uma situação aparentemente nova, chamará o professor para lhe explicar como se faz. Há situações, frequentes, em que um aluno não resolve um problema, embora tenha os conhecimentos necessários e as capacidades requeridas para fazê-lo, alegando que “não percebe o que é para fazer”, simplesmente porque crê que o papel do aluno em Matemática é “aplicar” algum procedimento que acabou de treinar e não põe sequer a hipótese de que se trate de uma disciplina para explorar, pensar e descobrir, ainda que isso leve tempo.

Todos estes aspectos — cognitivos, afetivos, do domínio das concepções — estão estreitamente ligados ao ambiente de aprendizagem que se vive no interior das aulas. Se a “norma” é valorizar o envolvimento em processos de pensamento, assim como o raciocínio e a argumentação lógica, pode criar-se uma “cultura da aula de Matemática” muito diferente daquela que valoriza apenas respostas rápidas e certas.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

### 5. CONTEÚDOS MATEMÁTICOS PARA EXPLORAR COM ALUNOS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Uma proposta curricular de Matemática para os anos iniciais deve fazer indicações sobre conteúdos a serem trabalhados com os estudantes de modo que eles possam ter uma visão o mais ampla possível da Matemática, dentro de sua possibilidade de compreensão. Com esse critério indica-se que nos cinco anos iniciais do ensino fundamental sejam trabalhados de forma articulada, os seguintes conteúdos:

- Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal; Operações com Números Naturais.
- Espaço e Forma.
- Grandezas e Medidas.
- Tratamento da Informação: introdução à Estatística, Combinatória e Probabilidade.
- Introdução aos Números Racionais<sup>2</sup>.

Esses grandes blocos de conteúdo precisam ser explicitados indicando que objetivos temos em relação a cada um deles, visando à aprendizagem das crianças.

As expectativas de aprendizagem são eixos orientadores para construir trajetórias hipotéticas de aprendizagem (THA), ou seja, planos de atividades de ensino organizados a partir da definição de expectativas de aprendizagem e das hipóteses sobre o processo de aprendizagem dos alunos.

Esse processo apoia-se no conhecimento do professor (matemático, didático e curricular), ampliado e compartilhado com outros colegas em discussões e estudos de propostas apresentadas em materiais curriculares. Ele planeja o que fará em sala de aula e desenvolve suas tarefas, em um processo interativo, em que é fundamental a observação atenta das atitudes e do processo de aprendizagem de cada criança, para que intervenções pertinentes sejam feitas. Completa esse ciclo, a avaliação do conhecimento dos alunos que o professor deve realizar de forma contínua para tomar decisões sobre o planejamento das próximas sequências. A figura a seguir mostra esse ciclo, apresentado por Martim Simon<sup>3</sup> em 1995:

<sup>2</sup> Este último bloco se refere apenas ao 4º e 5º anos.

<sup>3</sup> Simon, M. A. (1995). *Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective*. Journal for Research in Mathematics Education, 26(2), 114-145.

**VERSÃO PRELIMINAR**



# Educação Matemática nos Anos Iniciais

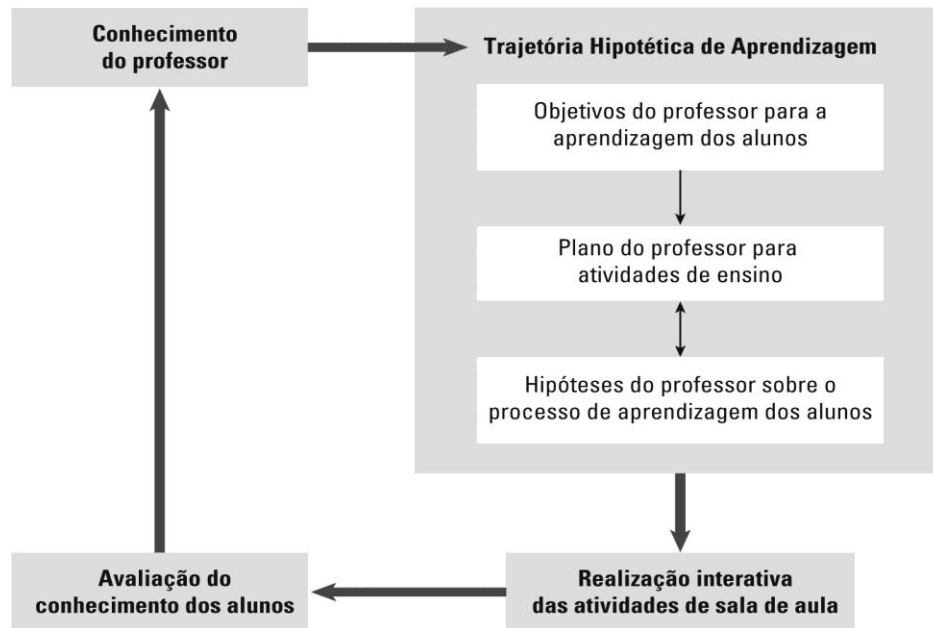


Figura 1: Ciclo do Ensino de Matemática (SIMOM,1995)

**VERSÃO PRELIMINAR**





## Educação Matemática nos Anos Iniciais

### 6. EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM PARA OS CINCO ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Nesta seção são apresentados quadros com as expectativas de aprendizagem por ano de escolaridade e por bloco de conteúdo, precedidas de uma breve reflexão sobre o trabalho a ser planejado e desenvolvido pelo professor, com vistas a que seus alunos possam atingir essas expectativas.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

### 6.1 PRIMEIRO ANO

No primeiro ano, em relação ao trabalho com números, estudos recentes<sup>4</sup> mostram que os alunos têm conhecimentos prévios sobre as funções dos números em seu cotidiano seja em seu aspecto cardinal, ordinal, codificação ou de medir.

Eles sabem responder questões como: quantos irmãos você tem (aspecto cardinal), qual é o quinto colocado no campeonato (aspecto ordinal), qual é o número do seu telefone (código), quantas vezes o comprimento de um palito cabe no comprimento de um lápis (aspecto de medição). Em classes de primeiro ano, esses conhecimentos precisam ser explorados e ampliados.

Essa ampliação de conhecimentos sobre os números na escola precisa apoiar-se nas vivências dos alunos, na exploração de atividades diversificadas (como jogos, brincadeiras, etc.) em que as funções sociais dos números familiares e frequentes fiquem explicitadas.

Para usar esses conhecimentos é necessário que o professor faça um levantamento do que os alunos já sabem sobre os números, seus usos, quais identificam, quais sabem ler, quais sabem escrever. Isso é feito propondo-se atividades orais (preferencialmente), em que os alunos possam colocar suas hipóteses em jogo e que tenham oportunidade de confrontá-las, permitindo aflorar seus conhecimentos prévios e também ampliá-los.

Ao mesmo tempo, é fundamental a criação de um ambiente especial para a alfabetização matemática, com a exposição e uso de folhetos com números, quadros numéricos, calendário, materiais de contagem, calculadoras, etc.

Os alunos mostram-se capazes de identificar números, não apenas os números de 1 a 9, mas conseguem estabelecer critérios de comparação entre eles, observando, por exemplo, quantos dígitos compõem sua escrita. Afirmam que quanto mais dígitos, maior é o número.

Eles produzem escritas pessoais, apoiando-se na fala. Nas contagens progressivamente percebem a associação entre cada nome de número que enunciam e cada objeto da coleção que estão contando.

Para a elaboração de suas sequências de atividades, é importante que o professor conheça resultados de investigações que dão pistas importantes para compreensão dos processos de ensino e aprendizagem. Dentre elas, destacam-se as que evidenciam que as

<sup>4</sup> Como por exemplo os de Constance Kamii, Michel Fayol, Délia Lerner e Patrícia Sadovsky e de pesquisadores brasileiros como Célia Pires e Edda Curi.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

crianças constroem hipóteses sobre as escritas numéricas a partir de seu contato com números familiares ou números frequentes.

Dentre os números familiares estão aqueles que indicam o número de sua casa, de seu telefone, do ônibus que utiliza, a data de seu aniversário etc. Os números como os que indicam o ano em que estamos (2013, 2014...), ou o dia do mês (15, 18, 31), ou os canais de televisão são números frequentes, comuns na vida das crianças.

Com base nesse conhecimento ela vai se apropriando de outros números também frequentes como 10, 20, 30, 40, 50,... ou 100, 200, 300, 400, 500,... Atualmente, sabemos que as crianças são capazes de indicar qual é o maior número de uma listagem, mesmo sem conhecer as regras do sistema de numeração decimal.

Observam a quantidade de algarismos presentes em sua escrita e muitas vezes afirmam, por exemplo, que 845 é maior que 98 porque tem mais “números”. As crianças afirmam que “quanto maior é a quantidade de algarismos de um número, maior o número”. Este critério de comparação funciona mesmo se a criança não conhece “o nome” dos números que está comparando. Ao comparar o número 36 e 63, as crianças afirmam que o 63 é maior porque o 6, que vem primeiro, é maior que 3, ou seja, se a “quantidade” de algarismos é a mesma, “o maior é aquele que começa com o número maior, pois o primeiro é quem manda”.

Embora as crianças não percebam o agrupamento, elas identificam que a posição do algarismo no número cumpre um papel importante no nosso sistema de numeração, isto é, o valor que um algarismo representa, apesar de ser sempre o mesmo, depende do lugar em que está localizado em relação aos outros algarismos desse número.

Alguns alunos recorrem à justaposição de escritas para escrever números, e as organizam de acordo com a fala. Assim, muitas vezes, elas representam o 432, escrevendo 400 30 2 ou 40032. As crianças afirmam, que “escrevem do jeito que se fala”. Quando a criança produz a escrita numérica em correspondência com a numeração falada, pode escrever os números de forma não convencional. Mas quando comparam suas escritas numéricas com as de outros colegas, por exemplo, estabelecem novas relações, refletem sobre as respostas possíveis e os procedimentos utilizados, validando ou não determinadas escritas. É no decorrer desse processo que começam a surgir às regularidades do sistema de numeração.

Essa abordagem requer, aparentemente, mais tempo do que a aprendizagem por simples memorização, mas desenvolve competências associadas à investigação, permite a discussão das ideias, das estratégias pessoais e a validação das soluções podendo tornar mais significativa para a aprendizagem dos números.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

Para os alunos desenvolverem uma melhor compreensão das operações devem ser familiarizados com as diferentes ideias subjacentes a cada uma delas, partindo de situações-problema.

Estudos também mostram que ao mesmo tempo em que trabalhamos com o pensamento aritmético temos que nos preocupar com o pensamento geométrico. Os alunos avançam no pensamento geométrico observando o mundo físico, visualizando e percebendo certas propriedades das formas geométricas.

A construção de noções geométricas pelos alunos pode ser iniciada pela exploração do espaço que os rodeiam. Eles são capazes de perceber a importância de pontos de referência para se localizarem ou localizar objetos no espaço. As atividades propostas sobre o tema Espaço e Forma partem do mundo perceptível ao aluno, por meio de situações que lhe são apresentadas de maneira problematizada.

No primeiro ano experiências de comparação de duas grandezas da mesma natureza que são à base da constituição da ideia de medida devem ser propostas às crianças. Nessa perspectiva, podem ser exploradas não apenas medidas de tempo, mas também as de comprimento, massa e capacidade.

Estudos sugerem que as crianças devem ser envolvidas, gradativamente, na coleta de dados do cotidiano com o objetivo de construir seus próprios gráficos. Elas precisam ser encorajadas a verbalizar as relações e os padrões observados nos dados coletados (por exemplo: “maior que”, “duas vezes maior que”, “crescendo continuamente”). Assim, o trabalho com o Tratamento da Informação envolve as atividades com tabelas simples, quadros, gráficos, levantamento das preferências dos alunos, com pesquisas informais, organizando essas informações em fichas como recurso de registro numérico.

Em síntese, espera-se que o aluno do primeiro ano, ao longo de um ano letivo, construa conhecimentos que lhes permitam:

### **PRIMEIRO ANO**

#### **NÚMEROS NATURAIS E SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL**

#### **OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS**

- Identificar escritas numéricas relativas a números familiares e frequentes.
- Reconhecer a utilização de números no seu contexto doméstico e formular hipóteses sobre sua leitura e escrita.
- Realizar a contagem de objetos (em coleções móveis ou fixas) pelo uso da sequência numérica oral.
- Fazer contagens orais em escalas ascendentes e descendentes, de um em um, de dois em dois, de três em três, de quatro em quatro.
- Construir procedimentos (como formar pares, agrupar) para facilitar a contagem e a

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

comparação entre duas coleções.

- Fazer agrupamentos de 10 em 10.
- Comparar números e identificar o maior e o menor.
- Construir procedimentos para comparar a quantidade de objetos de duas coleções, identificando a que tem mais, a que tem menos, ou se têm a mesma quantidade.
- Indicar o número de objetos que será obtido se duas coleções de objetos forem reunidas.
- Utilizar em situações-problema a função ordinal do número.
- Indicar o número de objetos que será obtido se forem acrescentados objetos a uma coleção dada.
- Indicar o número de objetos que será obtido se forem retirados objetos de uma coleção dada.
- Indicar o número de objetos que deve ser acrescentado a uma coleção de objetos, para que ela tenha tantos elementos quantos os de outra coleção dada.
- Indicar o número de objetos que compõem uma coleção que deva ter o dobro ou o triplo de objetos de outra coleção dada.
- Indicar o número de objetos que será obtido se uma coleção for repartida em partes iguais.
- Utilizar calculadora simples.
- Analisar, interpretar e resolver situações-problema com diferentes significados do campo aditivo por meio de estratégias pessoais.
- Analisar, interpretar e resolver situações-problema com diferentes significados do campo multiplicativo por meio de estratégias pessoais.

### ESPAÇO E FORMA

- Identificar pontos de referência para indicar sua localização na sala de aula.
- Identificar pontos de referência para indicar a localização de sua sala de aula na escola.
- Indicar como se movimentar no espaço escolar e chegar a um determinado local da escola, oralmente e/ou por meio de desenhos.
- Fazer a leitura de croquis simples que indique e identifiquem a posição e a movimentação de um objeto ou pessoa.
- Indicar e identificar semelhanças e diferenças entre as formas dos objetos tridimensionais de seu cotidiano.
- Relacionar figuras planas com contornos de faces de figuras tridimensionais.
- Representar formas geométricas tridimensionais utilizando materiais manipulativos
- Identificar semelhanças e diferenças entre as formas das figuras planas.
- Identificar, nos objetos de seu cotidiano, superfícies planas e superfícies arredondadas.
- Nomear algumas formas tridimensionais.
- Representar objetos do seu cotidiano por meio de desenhos.
- Identificar e nomear algumas formas planas.
- Reproduzir figuras planas em malhas quadriculadas.
- Utilizar o Tangram para compor e decompor figuras planas.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

### GRANDEZAS E MEDIDAS

- Identificar dias da semana e dias do mês, explorando o calendário.
- Relacionar dia, mês e ano presentes na escrita de uma data.
- Identificar comprimentos, utilizando passos, palmos e também a fita métrica e a régua.
- Identificar capacidades, utilizando recipientes diversos e também o litro.
- Identificar massas, utilizando balanças e conhecendo o quilograma.
- Identificar objetos que podem ser comprados por unidades de massa ou capacidade.
- Realizar estimativas relativas a medições.
- Reconhecer algumas cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro usadas no dia a dia.
- Identificar que um dia tem 24 horas.

### TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- Preencher fichas de identificação pessoal com dados como idade, altura, número de irmãos, peso etc.
- Ler tabelas simples.
- Organizar dados em tabelas simples.
- Fazer observações sobre condições do tempo e registrá-las em tabelas simples.
- Organizar coletivamente um cronograma de atividades cotidianas.
- Organizar tabelas para apresentar o resultado de observações como as de semelhanças e diferenças entre as formas dos objetos.
- Organizar em tabelas simples, os resultados obtidos ao realizarem a medição de comprimentos ou massa.
- Preencher tabelas com alguns fatos básicos das operações, para observação de regularidades da adição e da subtração.
- Preencher tabelas simples com alguns fatos básicos da multiplicação e da divisão.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

### 6.2 SEGUNDO ANO

Em função do trabalho realizado no primeiro ano e das vivências dos alunos, espera-se que ao longo do segundo ano os alunos possam identificar, nomear e escrever números com dois ou três e até mais dígitos. Espera-se também que eles possam estabelecer critérios de comparação entre números, apoiados na sequência numérica ou observando quantos dígitos compõem sua escrita. Ainda podem produzir escritas numéricas referenciando-se na numeração falada.

Essas possibilidades devem ser exploradas ao máximo e a mediação do professor é muito importante durante a execução das atividades. É necessário problematizar as características e regularidades do sistema de numeração decimal e incentivá-las a se envolver em situações de contagem, estabelecendo pareamentos e outros modos de agrupamentos.

A noção de que um número pode ser decomposto de diversas maneiras é essencial para a compreensão dos conceitos de adição e subtração. Neste sentido, uma criança que aprendeu que 9 pode representar-se como  $4+5$ ,  $3+6$ ,  $7+2$  ou  $8+1$  está em melhor posição do que outra que não tenha tal conhecimento.

Ser capaz de estabelecer relações entre números, com os que lhe estão próximos (por exemplo, relacionar o 5 com o 6, com o 4, ou com o 3) e estabelecer relações entre os números, que são menores ou maiores que 10, os que são pares ou ímpares, são aspectos essenciais de que a criança tem o sentido de número.

Tomando como ponto de partida a resolução de situações-problema, as situações apresentadas para as crianças devem contemplar diferentes significados das operações. Enquanto o raciocínio aditivo se constitui sobre situações que envolvem ações de composição, transformação e comparação, as situações que conduzem ao raciocínio multiplicativo são diferentes e envolvem ações de estabelecimento de proporcionalidade, de configuração retangular, comparação e de combinatória.

As soluções apresentadas pelas crianças para problemas com diferentes significados refletem maneiras diferentes de pensar sobre os problemas, assim com graus diferentes de preocupação com a eficácia da resolução. São também essas soluções que fornecem as primeiras informações para o professor ajudar as crianças na construção de registros e socializá-los para constituir, progressivamente, os algoritmos das operações. Destaque-se o papel fundamental do cálculo mental e da observação de regularidades pelas crianças.

No tocante ao tema Espaço e Forma, é esperado que os alunos possam estabelecer relações espaciais em situações cotidianas, tanto para sua localização quanto na movimentação para deslocamentos em casa, na escola, no caminho de casa para a escola. Para esses deslocamentos, precisam ser capazes de utilizar um vocabulário que permite

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

interpretar informações espaciais como: à direita, à esquerda, à frente, atrás, acima, abaixo. É importante que o professor proporcione situações para que eles explorem conhecimentos espaciais e que possibilitem avaliar a adequação dos termos utilizados.

Com relação às figuras tridimensionais e bidimensionais, também é importante destacar que as crianças fazem representações de objetos, inicialmente pela visualização que tem dele e aos poucos, buscando representar propriedades da forma desses objetos que vão descobrindo. Esse processo evolui de forma mais interessante na medida em que o professor oferece situações em que elas podem explorar essas formas.

Nessa etapa da escolaridade, de modo geral, os alunos se relacionam com o espaço como algo que existe ao redor deles. Eles reconhecem figuras geométricas por suas formas como um todo, isto é, por sua aparência física e não por suas partes ou propriedades; aprendem vocabulário geométrico, identificam formas especificadas e reproduzem figuras a partir de sua aparência global. Os alunos reconhecem a forma de um quadrado ou de um retângulo porque estes são semelhantes na forma a quadrados e retângulos encontrados anteriormente, entretanto, geralmente não observam que essas figuras têm ângulos retos ou que os lados opostos são paralelos.

No segundo ano, as abordagens das Grandezas e Medidas com as crianças são realizadas com base nas situações de uso, preferencialmente daquelas que elas já vivenciam: medir o tempo, a temperatura, o comprimento de um objeto, a massa de um corpo, a capacidade de um vasilhame são alguns exemplos. As atividades oferecidas a elas devem ser problematizadoras e de caráter prático. Investigações sobre como são vendidos alguns produtos no mercado, na feira, na padaria oferecem excelentes oportunidades para que as crianças comecem a estabelecer relações entre grandezas, unidades de medida e instrumentos ou outros recursos usados para medir.

Considerando as hipóteses dos alunos quanto a Grandezas e Medidas, eles podem realizar medidas em situações cotidianas. Tais situações podem ser ampliadas, sempre permitindo o uso de estratégias pessoais para a resolução de problemas. Por meio de atividades os alunos vão percebendo que medir é comparar grandezas de mesma natureza.

O trabalho com o Tratamento da Informação terá continuidade por meio de tarefas como: coletar dados, organizá-los em tabelas simples, fazendo leituras e interpretações das mesmas. Para tanto, é interessante explorar esses conhecimentos propondo situações que estejam relacionadas ao cotidiano do aluno. É preciso destacar resultados de estudos<sup>5</sup> que chamam atenção para o fato de que, apesar de se reconhecer a importância da construção e interpretação de gráficos como habilidades valiosas, muitos alunos não têm essas habilidades desenvolvidas pela ausência de trabalho com esses conteúdos na escola.

<sup>5</sup> Como os realizados por MACKENZIE, D. L. e PADILLA, M. J. Eles publicaram o artigo "The construction and validation of the graphing in Science" no Journal of Research in Science Teaching, em 1986.

**VERSÃO PRELIMINAR**





## Educação Matemática nos Anos Iniciais

Ao trabalharmos com o Tratamento da Informação, é importante destacar a comunicação, elemento essencial da ação educativa, particularmente, nos primeiros anos de escolaridade e em particular nas aulas de matemática, nas quais o aspecto da comunicação, geralmente, é pouco explorado.

Sabe-se que embora as orientações curriculares como os PCN (1997) coloquem em destaque a comunicação matemática, tanto em termos de “conteúdo de aprendizagem” como em termos de orientação metodológica para ensinar, a tradição das aulas silenciosas parece ser ainda bastante dominante – grande parte das tarefas tem apenas o suporte escrito, sejam livros de texto, apostilas, fichas ou outros. Evidentemente, qualquer que seja o tema discutido em sala de aula, a comunicação matemática deve ser uma das preocupações do professor e pode ser explorada, com maior propriedade, ao se discutir formas de melhorá-la.

Em síntese, espera-se que os alunos do segundo ano, ao longo de um ano letivo, construam conhecimentos que lhes permitam:

### SEGUNDO ANO

#### NÚMEROS NATURAIS E SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

#### OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS

- Utilizar números para expressar quantidades de elementos de uma coleção e para expressar a ordem de um elemento em uma sequência.
- Utilizar números como código na organização de informações.
- Utilizar diferentes estratégias para quantificar elementos de uma coleção: contagem, formação de pares, estimativa e correspondência de agrupamentos.
- Identificar regularidades na série numérica para nomear, ler e escrever números naturais.
- Organizar agrupamentos para facilitar a contagem e a comparação entre coleções.
- Produzir escritas numéricas de números frequentes e escrever números em sequência, identificando regularidades e regras do Sistema de Numeração Decimal.
- Formular hipóteses sobre a grandeza numérica, pela identificação da quantidade de algarismos e da posição ocupada por eles na escrita numérica.
- Utilizar a calculadora para produzir, comparar escritas numéricas e observar regularidades.
- Contar em escalas ascendentes e descendentes de um em um, de dois em dois, de cinco em cinco, de dez em dez, etc.
- Ler, escrever comparar e ordenar números.
- Analisar, interpretar, resolver e formular situações-problema, do campo aditivo (comparação, composição e transformação), por meio de estratégias pessoais.
- Utilizar sinais convencionais (+, -, =) na escrita de operações de adição e de subtração

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

- Construir fatos básicos da adição e subtração a partir de situações-problema, para constituição de um repertório a ser utilizado no cálculo.
- Utilizar sinais convencionais ( $\times$ ,  $:$ ,  $=$ ) na escrita de operações de multiplicação e divisão.
- Analisar, interpretar, resolver e formular situações-problema, compreendendo alguns dos significados da multiplicação e da divisão, por meio de estratégias pessoais.
- Construir fatos básicos da multiplicação a partir de situações-problema para constituição de um repertório a ser utilizado no cálculo.
- Utilizar a decomposição das escritas numéricas para a realização de cálculos, que envolvem a adição e a subtração.
- Realizar cálculos por meio de estratégias pessoais e algumas técnicas operatórias convencionais.

### ▪ ESPAÇO E FORMA

- Localizar pessoas ou objetos no espaço, com base em diferentes pontos de referência e algumas indicações de posição.
- Identificar a movimentação de pessoas ou objetos no espaço, com base em diferentes pontos de referência e algumas indicações de direção e sentido.
- Observar e reconhecer figuras geométricas tridimensionais presentes em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem e identificar algumas de suas características.
- Estabelecer comparações entre objetos do espaço físico e objetos geométricos - corpos redondos e poliedros com uso de alguma nomenclatura.
- Identificar características de esferas, cones e cilindros.
- Identificar características de cubos, paralelepípedos e pirâmides.
- Identificar características de círculos e polígonos.
- Identificar características de triângulos e quadriláteros.
- Identificar figuras planas explorando o quebra-cabeça.
- Compor e decompor figuras planas.
- Reproduzir figuras planas em malhas quadriculadas.

### ▪ GRANDEZAS E MEDIDAS

- Identificar unidades de tempo como dia, semana, mês e utilizar calendários.
- Comparar comprimentos por meio de estratégias pessoais.
- Conhecer e usar alguns instrumentos de medida de comprimento.
- Comparar massas por meio de estratégias pessoais.
- Comparar capacidades por meio de estratégias pessoais.
- Identificar períodos de tempo – bimestre, trimestre e semestre.
- Identificar medidas de tempo – hora e minuto, pelo uso de relógios digitais.
- Identificar medidas de tempo – hora e minuto, pelo uso de relógios de ponteiros.
- Reconhecer cédulas e moedas do Sistema monetário nacional e resolver problemas.

### TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- Ler e interpretar informações contidas em imagens que contenham dados numéricos.
- Ler e interpretar informações apresentadas em tabelas simples, de dupla entrada ou gráficos de colunas.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

- Ler e interpretar informações representadas por gráficos de colunas.
- Organizar dados apresentados de uma tabela simples em um gráfico de colunas.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

### 6.3 TERCEIRO ANO

No terceiro ano, amplia-se e aprofunda-se a compreensão dos números naturais e do sistema de numeração decimal que constituem o alicerce sobre o qual a maioria das capacidades matemáticas é construída.

As ideias de agrupamento, valor de posição e notação posicional estão interligadas e são interdependentes no nosso sistema de numeração. Embora não seja necessário que os alunos sejam capazes de distingui-los de um modo formal, há atividades que contribuem para a sua compreensão. A ideia de base, por exemplo, tem a ver com o fato de, quando contamos, fazemos agrupamentos e os contamos, mantendo o número de itens (base) que cada um dos grupos contém por meio do sistema. Qualquer algarismo pode representar um número de elementos ou um número de grupos de grupos e, por isso, é possível exprimir qualquer quantidade numérica usando apenas 10 símbolos (os algarismos 0-9). Este fato constitui a ideia fundamental do valor de posição. A escrita lado a lado dos algarismos para nos dizer quantos elementos de cada valor de posição nós temos, é o que se costuma chamar valor posicional.

No caso das operações, a resolução de problemas pode ser estimulada no sentido de diversificar as situações apresentadas e os significados das operações nela presentes. O repertório de cálculo mental deve estar bem mais ampliado e no caso da adição e da subtração os registros vão se aproximando mais dos algoritmos convencionais, sem, no entanto, se constituírem numa imposição para aquelas crianças que ainda se sentem mais seguras com suas estratégias pessoais.

Destaque-se o trabalho importante neste ano de observação e exploração de regularidades, por exemplo, na construção dos fatos básicos da multiplicação (multiplicar por 4 é achar o dobro do dobro, multiplicar por oito é achar o dobro do dobro do dobro e assim por diante).

No que se refere a Espaço e Forma, o propósito é que o pensamento geométrico dos alunos possa progredir em termos das relações e representações espaciais que elas vão construindo, seja pela exploração dos objetos, das ações e deslocamentos que realizam no seu ambiente e da resolução de problemas que lhe são apresentadas.

De modo geral, as crianças do terceiro ano mostram-se capazes de começar a discernir as características de uma figura, por meio de observação e experimentação. As propriedades emergentes dessa análise serão usadas posteriormente para conceituar classes de formas geométricas. Elas já se mostram capazes de reconhecer figuras pelas suas partes, no entanto, ainda não estabelecem relações entre as suas propriedades.

Em relação ao bloco de conteúdos Grandezas e Medidas, no terceiro ano amplia-se o trabalho com sistema monetário e com as medidas de tempo. Ainda com relação a esse

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

bloco um recurso interessante para o trabalho é aquele em que as crianças podem compreender o processo de construção das medidas e da necessidade de padronização. A exploração do corpo humano como medida, que deu origem a palmos, passos, pés, polegadas, jardas geralmente desperta a curiosidade das crianças e amplia sua compreensão das formas pelas quais o conhecimento matemático foi sendo construído ao longo do tempo.

As crianças podem construir a ideia fundamental de que medir é comparar grandezas da mesma natureza, que as conduzirá a uma sistematização progressiva dos sistemas de medidas e das conversões entre diferentes unidades, ao explorar medidas em situações de uso e o seu processo histórico de construção. Outra observação interessante diz respeito ao fato de que em função da situação-problema apresentada podemos ter necessidade de uma resposta exata ou de uma resposta aproximada. Nos casos em que é suficiente uma resposta aproximada (aproximadamente, qual é o comprimento da sala, ou quantos copos de água cabem neste recipiente, ou quanto pesa esta mochila...) é importante que as crianças aprendam a fazer estimativas criando estratégias pessoais e que saibam, também, usar instrumentos como a fita métrica, a trena, a balança, o litro para resolverem situações em que se necessita de uma resposta mais precisa.

No que se refere à continuidade do trabalho com o tema Tratamento da Informação, é importante destacar que é possível avançar nos níveis de leitura e compreensão de tabelas e gráficos. Além de "ler os dados", ou seja, de realizar uma leitura literal do gráfico, sem necessariamente fazer uma interpretação da informação. Os alunos de terceiro ano já têm possibilidades de "ler entre os dados", ou seja, de interpretar e fazer a integração dos dados do gráfico, o que requer habilidades para comparar quantidades e o uso de outros conceitos e habilidade matemáticas.

Em síntese, espera-se que o aluno do terceiro ano, ao longo de um ano letivo, construa conhecimentos que lhes permitam:

### **TERCEIRO ANO**

#### **NÚMEROS NATURAIS E SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL.**

#### **OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS**

- Ler, escrever, comparar e ordenar números pela compreensão das características do sistema de numeração decimal.
- Observar critérios que definem uma classificação de números (maior que, menor que, estar entre) e de regras usadas em seriações (mais 1, mais 2, dobro, metade).
- Contar em escalas ascendentes e descendentes a partir de qualquer número dado.
- Utilizar a calculadora para produzir e comparar escritas numéricas.
- Analisar, interpretar, resolver e formular situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

- Utilizar sinais convencionais (+, -, =) na escrita de operações de adição e subtração.
- Organizar fatos básicos (tabuadas) da adição e subtração pela identificação de regularidades e propriedades.
- Identificar relações entre fatos básicos da adição e subtração.
- Utilizar a decomposição das escritas numéricas para a realização do cálculo mental, exato e aproximado de adições e também uma técnica convencional para calcular o resultado de adições e subtrações.
- Utilizar sinais convencionais ( $\times$ ,  $:$ ,  $=$ ) na escrita de operações de multiplicação e divisão.
- Construir fatos básicos da multiplicação e da divisão (por 2, por 3, por 4, por 5) a partir de situações problema para constituição de um repertório a ser utilizado no cálculo.
- Calcular resultados de multiplicação e divisão, por meio de estratégias pessoais.
- Utilizar estimativas para avaliar a adequação do resultado de uma adição ou de uma subtração e usar a calculadora para desenvolvimento de estratégias de verificação e controle de cálculos.

### ESPAÇO E FORMA

- Ler, interpretar e representar a posição de um objeto ou pessoa no espaço pela análise de maquetes, esboços, croquis.
- Ler, interpretar e representar a movimentação de um objeto ou pessoa no espaço pela análise de maquetes, esboços, croquis que mostrem trajetos.
- Identificar semelhanças e diferenças entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos.
- Identificar planificações de algumas pirâmides e prismas.
- Identificar números de vértices, faces e arestas de poliedros.
- Identificar características de figuras poligonais.
- Explorar características de figuras quadrangulares.
- Explorar características de figuras triangulares.
- Realizar a composição e a decomposição de figuras planas.
- Explorar a simetria em figuras planas.

### GRANDEZAS E MEDIDAS

- Reconhecer cédulas e moedas que circulam no Brasil e realizar possíveis trocas entre cédulas e moedas em função de seus valores.
- Estabelecer relação entre unidades de tempo — dia, semana, mês, bimestre, semestre, ano.
- Resolver problemas que envolvam a compreensão de medidas de comprimento.
- Produzir escritas que representem o resultado de uma medição de comprimento, comunicando o resultado por meio de seus elementos constitutivos.
- Reconhecer unidades usuais de medida como metro, centímetro e quilômetro.
- Resolver problemas que envolvam a compreensão de medidas de massa.
- Produzir escritas que representem o resultado de uma medição de massa.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

comunicando o resultado por meio de seus elementos constitutivos.

- Reconhecer unidades usuais de medida como quilograma e grama.
- Resolver problemas que envolvam a compreensão de medidas de capacidade.
- Produzir escritas que representem o resultado de uma medição de capacidade, comunicando o resultado por meio de seus elementos constitutivos.
- Reconhecer unidades usuais de medida como litro e mililitro.
- Fazer a leitura de horas e resolver problemas que envolvam a compreensão das horas.
- Utilizar unidades usuais de temperatura em situações problema.
- Estabelecer algumas relações entre unidades de medida mais usuais, fazendo conversões simples.

### TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

- Ler e interpretar e construir tabela simples.
- Ler e interpretar e construir tabelas de dupla entrada.
- Ler e interpretar dados apresentados em gráficos de colunas e/ou de barras.
- Produzir textos escritos a partir da interpretação de tabelas simples.
- Produzir textos escritos a partir da interpretação de tabelas de dupla entrada.
- Produzir textos escritos a partir da interpretação de gráficos de barras.
- Produzir textos escritos a partir da interpretação de gráficos de colunas.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

### 6.4 QUARTO ANO

No quarto ano, o trabalho com o sistema de numeração decimal começa a ser realizado de forma mais sistemática. As crianças observam que os agrupamentos de 10 em 10 têm nomes especiais de acordo com os valores posicionais. Observam que as ordens são numeradas da direita para a esquerda, têm nomes específicos e são agrupadas em classes. Cada grupo de três ordens, da direita para a esquerda, forma uma classe. Esse tipo de organização permite fazer a leitura de números com muitos algarismos.

Com relação às operações do campo aditivo, os alunos aprofundam e consolidam seus conhecimentos, seja em relação à identificação da(s) operação (ões) que permite(m) resolver uma dada situação-problema, seja em relação ao cálculo propriamente dito. Nessa etapa da escolaridade é importante trabalhar com cálculos envolvendo números com várias ordens e utilizando-se progressivamente alguma técnica operatória, com compreensão dos procedimentos utilizados.

No que se refere ao campo multiplicativo, espera-se que os alunos também possam aprofundar e consolidar seus conhecimentos em relação à identificação da(s) operação (ões) que permite(m) resolver uma dada situação-problema e em relação ao cálculo propriamente dito.

Multiplicações de um número qualquer por outro composto de um único dígito e multiplicações de um número qualquer por 10, 100 e 1000 devem ser enfatizadas objetivando um bom domínio por parte dos alunos, em relação ao cálculo mental e às estimativas. Da mesma forma, a divisão de um número qualquer por outro composto de um único dígito, especialmente usando as estimativas como recurso (o chamado "método americano"), precisa ser incentivada.

O estímulo aos diferentes tipos de cálculo - mental, com papel e lápis e com uso da calculadora - também deve estar presente nas atividades propostas no quarto ano em que os alunos devem se perceber também capazes de formular situações problema e validar os procedimentos e os resultados apresentados por um colega ou suas próprias produções.

No quarto ano, são feitas as primeiras aproximações dos alunos com os números racionais. Como sabemos, as noções relativas a esse conceito são bastante complexas e fontes de dificuldades de compreensão pelas crianças.

Nesse sentido é preciso ter um cuidado especial ao escolher as formas de abordagem junto às crianças e aprender com algumas lições vindas de pesquisas e de práticas que mostram a inadequação, por exemplo, de trabalhar-se separadamente com "números fracionários" e "números decimais".

Desse modo, ao propor um trabalho com os números racionais o professor deve apoiar-se na compreensão de que cada um desses números pode ser representado de diversas maneiras (na forma fracionária, na forma decimal, na forma percentual) e analisar a importância de explorar diferentes registros de representação.

**VERSÃO PRELIMINAR**





## Educação Matemática nos Anos Iniciais

Também nesse campo, vamos diagnosticar e explorar os conhecimentos prévios dos alunos particularmente os que se referem às representações decimais tão frequentes em seu cotidiano. Nossas crianças sabem que R\$ 1,50 mais R\$ 0,50 são R\$ 2,00 e que R\$ 1,99 é menos que R\$ 2,00 e levantam hipóteses sobre escritas em que aparecem números com vírgulas indicando comprimentos, massas e capacidades.

O uso das calculadoras fez com que as representações decimais dos números racionais se tornassem mais frequentes que as representações fracionárias. E, na escola, elas podem ser usadas como uma interessante estratégia de aprendizagem das representações decimais. No entanto é preciso que o professor esteja atento a algumas questões como por exemplo: ao comparar representações decimais, é muito provável que as crianças considerem que  $0,333333333\dots$  é maior que 0,5 pela quantidade de algarismos que aparecem depois da vírgula. A discussão de que estamos dividindo 1 por 2, por 3, etc. e que, quanto maior é o número de partes em que o “todo” é dividido, menor é cada parte, é que vai levar à ideia de que 0,5 é maior que  $0,333333333\dots$  etc.

O trabalho com as representações decimais deve explorar a extensão do quadro de ordens e classes que as crianças já conhecem, acrescentando-se agora novas ordens à direita da unidade - a dos décimos, a dos centésimos e a dos milésimos - e enfatizando que outras podem ser acrescentadas, infinitamente.

Com relação às representações fracionárias, embora menos frequentes, as crianças também podem ser estimuladas a explorá-las sempre com o objetivo de que possam perceber o fato de que os números racionais assumem diferentes significados e que a compreensão da noção de número racional depende do entendimento destas diferentes interpretações. Assim, algumas ideias básicas no processo de compreensão dos números racionais devem ser exploradas, ou seja, as ideias de quociente, parte-todo, medida e razão.

O trabalho com números racionais no quarto ano pode ter interface privilegiada com o estudo do sistema monetário brasileiro e os sistemas métricos decimais.

No tocante ao Tratamento da Informação, além da exploração de novos tipos de gráficos, é interessante que sejam realizadas explorações de situações problema com o objetivo de possibilitar aos alunos lidarem com diferentes tipos de agrupamentos e contagens que mobilizem o pensamento combinatório das crianças, o que deve ser proposto em atividades exploratórias sem uso de fórmulas ou regras.

Junto a essa abordagem também podem ser exploradas ideias iniciais de probabilidade, uma vez que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória. Estudos mostram a importância e a possibilidade de trabalhar com noções de acaso e de incerteza cabendo ao professor propor situações em que as crianças possam realizar experimentos e fazer observações dos eventos, identificando resultados possíveis e prováveis desses acontecimentos.

As atividades geométricas no quarto ano, devem ser propostas no sentido de que os alunos possam estabelecer inter-relações entre propriedades de uma figura e também estabelecer relação entre propriedades comuns ou não de duas ou mais figuras, como, por

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

exemplo, em um quadrilátero, lados opostos sendo paralelos necessitam que os ângulos opostos sejam iguais e entre duas figuras como, por exemplo, um quadrado e um retângulo por meio de propriedades dessas figuras. Eles deduzem propriedades de uma figura e reconhecem classes de figuras e inclusão de classes (como por exemplo, todo quadrado é um retângulo ou todo quadrado é um losango). As definições passam a ser mais significativas, desde que construídas com eles, coletivamente. Os alunos iniciam-se na argumentação informal. Usam resultados obtidos empiricamente frequentemente em conjunção com alguns raciocínios dedutivos.

No quarto ano prossegue o trabalho com grandezas e medidas, as atividades propostas aos alunos devem proporcionar a oportunidade de observar que quando medem comprimentos, adotando o metro como unidade padrão, também podem utilizar seus múltiplos e submúltiplos em função do que é mais adequado para expressar o que foi medido. Alguns desses múltiplos e submúltiplos são mais usuais que outros. No caso das medidas de comprimento, o quilômetro, o centímetro e o milímetro são mais usados que os demais. É fundamental nessa etapa que os alunos possam compreender a relação entre eles fazendo um paralelo com a estrutura do sistema de numeração decimal da mesma forma, são exploradas as grandezas massa e capacidade. Situações-problema envolvendo tempo e temperatura também são exploradas neste ano, aprofundando os conhecimentos já construídos em anos anteriores.

O bloco Tratamento da Informação amplia-se pela exploração de gráficos de setores e pelo contínuo avanço nos níveis de leitura e compreensão desses e de outros tipos de gráficos, priorizando-se a "leitura entre os dados", interpretando e fazendo a integração dos dados do gráfico.

Em síntese, espera-se que o aluno do quarto ano, ao longo de um ano letivo, construa conhecimentos que lhes permitam:

### **QUARTO ANO**

#### **NÚMEROS NATURAIS E SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL.**

#### **OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS**

- Reconhecer números naturais no contexto diário.
- Compreender e utilizar as regras do sistema de numeração decimal, para leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais.
- Contar em escalas ascendentes e descendentes a partir de qualquer número natural dado.
- Completar sequências numéricas pela observação de uma dada regra de formação dessa sequência.
- Calcular o resultado de adições e subtrações, multiplicações e divisões de números naturais, por meio de estratégias pessoais, cálculo mental, cálculo aproximado (por meio de estimativas e arredondamentos) e pelo uso das técnicas operatórias

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

convencionais.

- Dominar estratégias de verificação e controle de resultados pelo uso do cálculo mental e/ou da calculadora.
- Analisar, interpretar, resolver e formular situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações com números naturais.
- Explorar regularidades nos resultados da multiplicação com números naturais.
- Formular situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações envolvendo números naturais.

### **NÚMEROS RACIONAIS**

- Compreender alguns dos significados dos números racionais: quociente e parte-todo.
- Reconhecer números racionais no contexto diário (metades e terças partes).
- Ler números racionais de uso frequente, na representação fracionária e decimal.
- Resolver situações-problema simples que envolvam alguns dos significados dos números racionais: quociente e parte-todo.
- Estabelecer relações entre representação fracionária e representação decimal de um número racional.
- Estabelecer relações entre diferentes representações fracionárias de um número racional (noção de equivalência).
- Calcular o resultado de adições e subtrações de números racionais na forma fracionária e decimal, por meio de estratégias pessoais e pelo uso de técnicas operatórias.
- Analisar, interpretar e resolver situações-problema, no campo aditivo, envolvendo números racionais na forma decimal.
- Comparar números racionais na sua representação fracionária e decimal.

### **ESPAÇO E FORMA**

- Reconhecer semelhanças e diferenças entre corpos redondos e/ou poliedros.
- Identificar planificações de corpos redondos e de poliedros.
- Identificar nos poliedros, elementos como faces, vértices e arestas e fazer sua contagem.
- Identificar regularidades nas contagens de faces, vértices e arestas no caso dos prismas e das pirâmides.
- Identificar figuras poligonais e circulares nas superfícies planas das figuras tridimensionais.
- Identificar semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados e número de ângulos.
- Reproduzir figuras poligonais em malhas quadriculadas ou pontilhadas, observando seus elementos.
- Utilizar malhas quadriculadas para representar, no plano, a posição ou a movimentação de uma pessoa ou objeto.
- Descrever, interpretar e representar a posição ou a movimentação de uma pessoa

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

ou objeto no espaço e construir itinerários.

- Explorar a simetria em figuras planas.

### **GRANDEZAS E MEDIDAS**

- Reconhecer unidades usuais de tempo e de temperatura.
- Utilizar unidades de tempo e de temperatura em situações-problema.
- Utilizar medidas de tempo em realização de conversões simples, entre dias e semanas, horas e dias, semanas e meses.
- Utilizar em situações problema unidades usuais de medida de comprimento, medida de massa ou medida de capacidade.
- Fazer uso de instrumentos para medir comprimentos, massa ou capacidade.
- Realizar estimativas sobre o resultado de uma dada medição de comprimento, medição de massa ou medição de capacidade.
- Resolver situações-problema que envolvam o cálculo de área e perímetro de figuras poligonais e não poligonais.
- Utilizar o sistema monetário brasileiro em situações-problema.
- Calcular área e perímetro de figuras poligonais retangulares.
- Relacionar as ideias de perímetro e área de figuras poligonais.

### **TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO**

- Ler informações de tempo e temperatura em diferentes registros.
- Ler e interpretar dados sobre medidas de comprimento, usando tabelas simples ou de dupla entrada.
- Coletar e organizar dados sobre medidas de massa, usando gráficos de linhas, de colunas ou de barras.
- Ler e interpretar gráficos simples de setores.
- Ler e interpretar tabelas simples e gráficos de linhas.
- Identificar as possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las usando estratégias pessoais.
- Explorar a ideia de probabilidade em situações-problema simples.
- Explorar situações-problema que envolvam noções de combinatória e probabilidade.

**VERSÃO PRELIMINAR**



### 6.5 QUINTO ANO

No quinto ano, retoma-se, amplia-se e consolida-se o trabalho com o sistema de numeração decimal. As crianças devem ser capazes de ler, escrever, comparar e ordenar números naturais de qualquer ordem de grandeza. Além disso, devem ser capazes de utilizar os números naturais em situações-problema da vida prática, como também de observar a lei de formação de uma sequência de números para poder completá-la ou continuá-la.

O mesmo processo ocorre, retoma-se, amplia-se e consolida-se o trabalho, com as operações do campo aditivo, de modo a que os alunos saibam analisar, interpretar e resolver situações-problema e validar os resultados obtidos. Os problemas podem combinar ideias de composição, transformação, comparação, variando bastante sua formulação e o tipo de pergunta feita. Um bom domínio de diferentes estratégias de cálculos de adição e de subtração já deve ter sido apropriado pelos alunos.

Com relação às operações do campo multiplicativo, as situações-problema envolvendo proporcionalidade, multiplicação comparativa, configuração retangular e combinatória devem ser bastante exploradas. Espera-se ainda um bom domínio de cálculo escrito no tocante à multiplicação com a compreensão e uso da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. O uso de malhas quadriculadas pode ser amplamente explorado.

Especial atenção no quinto ano deve ser dada aos cálculos de divisão sempre usando as estimativas como recurso (o chamado "método americano") e apresentando progressivamente registros mais sintéticos, se for o caso, ou seja, caso o professor avalie que seus alunos têm possibilidades de compreendê-los ("métodos curto").

Os diferentes tipos de cálculo - mental, com papel e lápis e com uso da calculadora - também devem estar presentes nas atividades propostas no quinto ano em que os alunos devem se perceber também capazes de formular situações-problema e validar os procedimentos e os resultados apresentados por um colega ou suas próprias produções.

No quinto ano, dá-se prosseguimento ao trabalho de aproximação dos alunos com os números racionais, sempre na perspectiva de apresentar, de forma articulada, as representações fracionária e decimal. Neste ano, são apresentadas as representações percentuais, sem a imposição de fórmulas, mas com apoio em cálculos mais frequentes como 10%, 20%, 25%, 50%.

Convém destacar que o trabalho com números naturais e racionais e com as operações que os envolvem deve ter continuidade no sexto ano, promovendo-se o diálogo entre os professores desses alunos, para que não se mantenham as rupturas decorrentes da falta de continuidade especialmente em termos metodológicos, que ainda são observadas.

Com relação ao eixo Espaço e Forma, no quinto ano, ampliam-se os conhecimentos sobre localização e movimentação no espaço e a construção de mapas e croquis, além do uso de coordenadas cartesianas e escalas. Aprofunda-se a análise das formas

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

tridimensionais e bidimensionais pelo estudo de suas propriedades e algumas classificações. Explora-se a rigidez triangular, simetria e ampliação e redução de figuras planas.

No tocante ao bloco Grandezas e Medidas, no quinto ano, além de se retomar e aprofundar o uso de medidas de comprimento (massa, capacidade, tempo e temperatura) dar-se-á especial atenção às grandezas geométricas, perímetro e área. Estudos sobre o tema<sup>6</sup> apontam que os erros cometidos pelos alunos com mais frequência referem-se à confusão entre área e perímetro, a utilização inadequada de fórmulas e o uso incorreto de unidades na resolução dos problemas. Uma justificativa possível para esses erros é a de que o ensino de perímetros e áreas foi tradicionalmente realizado pela apresentação quase que imediata de fórmulas a serem aplicadas em situações-problema. A esse respeito, é importante destacar estudos<sup>7</sup> que apontam para a conceituação da área enquanto grandeza, como um processo anterior à aprendizagem da sua medida. Outros estudos<sup>8</sup> mostram a importância de, ao mesmo tempo, diferenciar-se propriedades simultaneamente presentes em uma figura (o comprimento do contorno e a área da superfície) e coordenar essas mesmas propriedades na apropriação das fórmulas, por exemplo.

A área de uma superfície plana aparece como um objeto matemático distinto da superfície plana, pois superfícies diferentes podem possuir a mesma área. Também se distingue do número que está associado a essa superfície quando se escolhe uma superfície unitária para medi-la, pois mudar a superfície unitária altera a medida de área, mas a área permanece a mesma.

Também no quinto ano ampliam-se as atividades referentes ao bloco tratamento de informação em termos da leitura, interpretação e construção explorando-se gráficos de linha e setores e o uso de porcentagens associado à leitura de gráficos. Problemas simples de combinatória e probabilidade também integram as expectativas de aprendizagem desse bloco.

Em síntese, espera-se que o aluno do quinto ano, ao longo de um ano letivo, construa conhecimentos que lhes permitam:

<sup>6</sup> Como por exemplo os estudos realizados por Rogalski J., em 1982, publicados no artigo "Acquisition de notions relatives à la dimensionalité des mesures spatiales (longueur, surface)". *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol. 3.

<sup>7</sup> Como por exemplo os estudos de Heraud B., de 1989, no artigo "A conceptual analysis of the notion of length and its measure". In: G. Vergnaud, J. Rogalski, & M. Artigue (Eds.), *Proceedings of the Thirteenth International Conference of the Psychology of Mathematics Education*. Paris : Université de Paris V. Vol II

<sup>8</sup> Como os de Douady R., Perrin-Glorian M. J., (1989). *Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane*. *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 20, n°4, pp. 387-424.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

### QUINTO ANO

#### NÚMEROS NATURAIS E SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL.

##### OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS

- Compreender e utilizar as regras do sistema de numeração decimal, para leitura e escrita, comparação, ordenação e arredondamento de números naturais de qualquer ordem de grandeza.
- Utilizar a decomposição das escritas numéricas para a realização do cálculo mental exato e aproximado em adições e subtrações.
- Utilizar a decomposição das escritas numéricas para a realização de cálculos em adição e subtração.
- Utilizar procedimentos próprios para a realização de cálculos da multiplicação e divisão.
- Utilizar a decomposição das escritas numéricas para a realização do cálculo mental exato e aproximado em multiplicações e divisões.
- Utilizar a decomposição das escritas numéricas para a realização de cálculos de multiplicação e divisão.
- Analisar, interpretar e resolver situações-problema, compreendendo os diferentes significados das operações do campo aditivo e multiplicativo envolvendo números naturais.
- Reconhecer a composição e decomposição de números naturais em sua forma polinomial.
- Utilizar sinais convencionais (+, -, x, : e =) na escrita de operações.
- Formular situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações do campo aditivo e multiplicativo envolvendo números naturais.
- Explorar regularidades nos resultados de operações com números naturais.

##### NÚMEROS RACIONAIS

- Reconhecer números racionais no contexto diário, fazendo a leitura dos números racionais de uso frequente, na representação fracionária e na representação decimal.
- Reconhecer que os números racionais admitem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária.
- Identificar e produzir frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas.
- Identificar e produzir diferentes escritas nas representações fracionária e decimal com o apoio em representações gráficas.
- Comparar e ordenar números racionais de uso frequente, na representação fracionária e na representação decimal, localizando-os na reta numérica.
- Identificar fração com significado de parte-todo.
- Analisar, interpretar e resolver situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações do campo aditivo, envolvendo números racionais.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

- Relacionar representações fracionárias e representação decimal de um mesmo número racional.
  - Analisar, interpretar e resolver situações-problema, compreendendo alguns significados das operações do campo multiplicativo, envolvendo números racionais, sem uso de regras.
  - Calcular o resultado de adições e subtrações de números racionais, por meio de estratégias pessoais e pelo uso de técnicas operatórias convencionais.
  - Utilizar procedimentos pessoais de cálculo para resolver adições com números racionais apresentados na forma decimal.
  - Calcular o resultado de algumas multiplicações e divisões de números racionais, por meio de estratégias pessoais.
  - Resolver problemas que envolvem diferentes representações de números racionais.
  - Explorar regularidades nos resultados de operações com números racionais.
- Resolver situações-problema que envolvem o uso da porcentagem no contexto diário, como 10%, 20%, 50%, 25%.

### **ESPAÇO E FORMA**

- Descrever, interpretar e representar a posição ou a movimentação de uma pessoa ou objeto no espaço e construir itinerários.
- Interpretar representações no plano cartesiano, usando coordenadas.
- Reconhecer elementos e propriedades de poliedros, explorando planificações de algumas dessas figuras.
- Resolver problemas envolvendo o número de vértices, faces e arestas de um poliedro.
- Compor e decompor figuras planas.
- Identificar que qualquer polígono pode ser composto a partir de figuras triangulares.
- Reconhecer elementos e propriedades de polígonos e círculos.
- Identificar semelhanças e diferenças entre polígonos, usando como critério os eixos de simetria.
- Identificar quadriláteros observando as relações entre seus lados (paralelos, congruentes e perpendiculares).
- Estudar características de figuras como a rigidez triangular.
- Estudar características de polígonos.
- Ampliar e reduzir figuras planas pelo uso de malhas.
- Construir figuras simétricas a uma figura dada.
- Identificar eixos de simetria num polígono.
- Identificar ângulos retos.

### **GRANDEZAS E MEDIDAS**

- Utilizar o sistema monetário brasileiro em situações-problema.
- Utilizar unidades usuais de tempo e temperatura em situações-problema
- Resolver situações problema que envolvam o uso de medidas de comprimento, massa e capacidade, representadas na forma decimal.

**VERSÃO PRELIMINAR**





## Educação Matemática nos Anos Iniciais

- Resolver situações-problema que envolvam o cálculo de distâncias.
- Realizar medidas de ângulos internos de um polígono dado.
- Identificar ângulos sob a perspectiva de mudança de direção e resolver situações-problema de movimentação, envolvendo essa ideia.
- Identificar ângulo reto, agudo e obtuso.
- Calcular o perímetro de figuras triangulares.
- Calcular a área de figuras triangulares pela decomposição de figuras quadrangulares.
- Reconhecer e utilizar medidas como o metro quadrado e o centímetro quadrado.
- Avaliar a adequação do resultado de uma medição.

### ▪ **TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO**

- Resolver problemas com dados apresentados de maneira organizada por meio de tabelas simples e tabelas de dupla entrada.
- Analisar dados apresentados em tabelas de dupla entrada.
- Resolver problemas com dados apresentados de maneira organizada por meio de gráficos de setores e de linhas.
- Explorar ideia de probabilidade em situações-problema simples.
- Resolver problemas com dados apresentados de maneira organizada por meio de gráficos de linhas.
- Identificar as possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las usando estratégias pessoais.
- Explorar a ideia de probabilidade em situações-problema simples.
- Fazer leitura de informações apresentadas por meio de porcentagens, divulgadas na mídia e presentes em folhetos comerciais.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

### 7. A ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO EM SALA DE AULA

Retomando a concepção apresentada anteriormente sobre a construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem, pode-se destacar que o plano do professor para as atividades de ensino, compatível com uma perspectiva construtivista de aprendizagem, tem papel essencial no processo de desenvolvimento curricular.

Esse planejamento deve apoiar-se no estudo de materiais disponíveis e na utilização de diferentes modalidades organizativas dos trabalhos em sala de aula.

Um dos aspectos importantes dessa organização é a análise de sequências de atividades. Elas podem ser compreendidas como um conjunto articulado de situações de aprendizagem, com objetivos e conteúdos bem definidos. Podem incluir atividades orais e escritas, uso de jogos, de materiais, de problemas, de exercícios entre outras. O importante é entender a finalidade de cada atividade dentro da sequência e estabelecer relações entre elas. Atividades isoladas não costumam promover as aprendizagens esperadas.

Algumas expectativas de aprendizagem requerem um tratamento diferenciado que se dá por meio de atividades que se repetem de forma sistemática e previsível, semanal ou quinzenalmente – possibilitam o contato intenso com um tipo de atividade específica em cada ano da escolaridade. Um bom exemplo disso, são as atividades de cálculo mental. Não é suficiente realizá-las apenas no corpo de uma dada sequência didática, mas é um trabalho a ser planejado e realizado ao longo do ano. Outro exemplo são os aspectos atitudinais em relação à Matemática. Não se desenvolve a confiança na própria capacidade para elaborar estratégias pessoais diante de situações-problema, nem o interesse e curiosidade por conhecer diferentes estratégias de cálculo, pelo trabalho realizado em algumas sequências didáticas, mas apenas quando esses procedimentos estão presentes de forma permanente.

Mesmo planejando sequências de atividades e atividades permanentes<sup>9</sup> é importante que o professor esteja aberto para as chamadas atividades ocasionais: São atividades que não estão previstas com antecedência, mas que se mostram importantes sejam elas motivadas por um assunto que ganha repercussão na mídia e tenha interesse para os alunos e que também exija algum conteúdo matemático para sua compreensão. Não há sentido em não tratar do assunto pelo fato de não ter relação com o que se está fazendo no momento e a organização de uma situação ocasional se justifica.

Também os projetos podem ser uma modalidade organizativa das atividades em sala de aula. Eles podem oferecer contextos em que o estudo de conceitos e procedimentos matemáticos ganhem sentido. Permitem uma organização muito flexível do tempo: dependendo do objetivo que se queira alcançar, um projeto pode ocupar somente alguns dias ou desenvolver-se ao longo de várias semanas e até meses. Nos anos iniciais do ensino

▪ <sup>9</sup> LERNER, Delia Zunino. *Ler E Escrever Na Escola: O Real, o Possível e o Necessário*. PORTO ALEGRE: ARTMED, 2002



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

fundamental, evidentemente, não é possível desenvolver projetos de alto grau de complexidade de realização. No entanto, a partir da escolha de algumas temáticas, podem ser organizadas atividades de grande interesse das crianças.

Evidentemente, os projetos de maior duração oferecem a oportunidade de compartilhar com os alunos o planejamento das tarefas e sua distribuição no tempo: uma vez fixada à data em que o produto final deve estar pronto, é possível discutir um cronograma retroativo e definir as etapas necessárias, as responsabilidades que cada grupo deve assumir e as datas que terão de ser respeitadas para que o objetivo seja alcançado no prazo previsto.

Os projetos sempre devem incluir uma avaliação que o professor realiza junto com os alunos, a partir de questões como: o que fez falta? O que poderia ter ficado melhor? O que aprendemos com o projeto?

É importante diversificar as modalidades de organização do trabalho em sala de aula e prever sua utilização na rotina de trabalho organizada pelo professor.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

### 8. O ACOMPANHAMENTO E A AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM DAS CRIANÇAS E DAS ATIVIDADES DE ENSINO REALIZADAS

Retomando o ciclo de ensino de Matemática apresentado na figura 1, podemos observar que após o planejamento das trajetórias hipotéticas de aprendizagem, em sua realização em sala de aula, dois processos merecem destaque; a realização interativa das atividades, envolvendo professor e seus alunos e, a avaliação pelo professor, dos conhecimentos construídos por seus alunos.

A avaliação é desse modo colocada como um processo de comparação entre o desejado e o realizado, confrontando-se o que se propõe nos objetivos com o que se foi capaz de realizar. Supõe certamente um juízo que o professor emite sobre a globalidade do trabalho de um aluno, durante um período determinado de tempo e o ajuda a tomar decisões sobre como prosseguir e planejar os próximos passos.

Embora haja um razoável consenso quanto a essa forma de interpretar a avaliação, na prática persistem dificuldades de avaliar os alunos na medida em que o que se faz com frequência é "examiná-los" por meio de critérios e instrumentos nem sempre compatíveis com o que se tem como objetivos de aprendizagem. Em decorrência, faz-se uma avaliação que empobrece o valor do conhecimento conduzindo o professor apenas a medir alguns aspectos do conhecimento matemático de seus alunos, pouco sabendo sobre atitudes, sobre seus avanços ou sobre possíveis causas de erros cometidos.

A prática avaliativa relativamente à matemática pode basear-se em alguns princípios:

(1) Avaliamos tendo como critério o objetivo de aprendizagem que estipulamos. Assim, se num dado período (semana, quinzena, mês) nosso foco de trabalho numa turma de 3<sup>o</sup>. ano, por exemplo, foi o de analisar, interpretar, resolver e formular situações-problema, compreendendo diferentes significados da adição e da subtração, precisamos ter formas de identificar quanto e como cada criança conseguiu aproximar-se dessa expectativa de aprendizagem.

Para tanto é necessário coletar dados sobre como resolvem situações-problema ao longo das aulas e também em momentos particulares em que podemos propor uma atividade com fins específicos de verificação do que são capazes de fazer individualmente.

Certamente, é necessário fazer registros das observações realizadas, como mostra o protocolo a seguir:

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

<b>Aluno: Jair Almeida</b>	<b>3º ano B</b>
<b>Expectativa de aprendizagem:</b> analisar, interpretar, resolver e formular situações-problema, compreendendo diferentes significados da adição e da subtração.	
<b>Data do registro</b>	Observações:
4/4	Resolveu corretamente problemas de comparação e de transformação.
6/4	Ainda não escolhe as operações adequadas em problemas de comparação, deixando-se influenciar pelas expressões "a mais" ou "a menos".
11/4	Nos cálculos mostra bom domínio dos fatos básicos de adição e os usa na subtração.
13/4	Usa a técnica operatória da adição com compreensão e sem erros.
14/4	Na subtração usa mais frequentemente uma sobrecontagem (quanto falta para) e ainda não faz uso de uma técnica operatória.
14/4	Lê e interpreta satisfatoriamente os enunciados dos problemas.
15/4	Gosta de compartilhar com os colegas as diferentes situações apresentadas
15/4	Ainda não tem autonomia para validar resultados e sempre me pergunta se a solução está correta.
18/4	Na atividade escrita individual acertou dois dos três problemas apresentados e cometeu alguns erros de cálculo nas subtrações.

(2) Avaliamos para tomar decisões sobre como planejar e propor a continuidade do trabalho, retomando as expectativas de aprendizagem que não foram alcançadas e reforçando e ampliando aquelas em que os alunos mostraram bom desempenho. Desse modo, no exemplo acima, os registros mostram claramente a necessidade de propor atividades que explorem de outra forma os problemas de comparação e procedimentos de cálculo de subtrações.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

### 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BALLONGA, P. P. Matemática. In: Zabala, A. (Org.). **Como trabalhar os conteúdos procedimentais em aula**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999. pp. 165-192.
- D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1977.
- FAYOL, M. **A criança e o número: da contagem à resolução de problemas**. Tradução Rosana Severino de Leoni. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- IFRAH, G. Os números: história de uma grande invenção. São Paulo: Globo, 1989.
- LERNER, Delia Zunino, D. **A Matemática na escola aqui e agora**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- LERNER, Delia Zunino. Ler E Escrever Na Escola: O Real, o Possível e o Necessário. PORTO ALEGRE: ARTMED, 2002
- PARRA, C.; Saiz, I. (Org.). **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- PIRES, C. M. C. Currículos de Matemática: da organização linear à ideia de rede. São Paulo: FTD, 2000.
- PIRES, C. M. C. **Conversas com professores dos anos iniciais**. São Paulo: Zapt Editora, 2012.
- PIRES, C. M. C. et al. **Espaço e Forma**. São Paulo: Porém Editora, 2012.
- PIRES, C. M. C. **Números naturais e operações**. São Paulo: Editora Melhoramentos. 2013 (Como eu ensino).
- POZZO, J. I. (Org.). A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.
- SACRISTÁN, J. G. (1998). **O currículo: uma reflexão sobre a prática**. 2. ed. Tradução: Ernani F. da Fonseca Rosa. Porto Alegre: Artmed.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

SIMON, M. A. (1995). **Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective.** Journal for Research in Mathematics Education, 26 (2). pp. 114-145.

ZABALA, A. (Org.). **Como trabalhar os conteúdos procedimentais em sala de aula.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1999. p. 7-18.

**VERSÃO PRELIMINAR**



## Educação Matemática nos Anos Iniciais

### **PROJETO EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL- EMAI**

**COORDENADORIA DE GESTÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA**  
Maria Elizabete da Costa

**DEPARTAMENTO DE DESENVOLVIMENTO CURRICULAR E GESTÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA**  
João Freitas da Silva

#### **EQUIPE CURRICULAR DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL – CEFAI**

Sonia de Gouveia Jorge (Direção), Edgard de Souza Junior, Edimilson de Moraes Ribeiro, Jucimeire de Souza Bispo, Luciana Aparecida Fakri, Márcia Soares de Araújo Feitosa, Maria José da Silva Gonçalves Irmã, Mirtes Pereira de Souza, Renata Rossi Fiorim Siqueira, Rita de Cássia Consone de Lima Cruz Pissardo, Silvana Ferreira de Lima, Soraia Calderoni Statonato, Vasti Maria Evangelista e Flavia Emanuela de Lucca Sobrano (Apoio Pedagógico)

#### **EQUIPE CURRICULAR DE MATEMÁTICA – CEFAF**

João dos Santos, Vanderley Aparecido Cornatione e Otávio Yoshio Yamanaka

#### **ELABORAÇÃO E ANÁLISE**

##### **GRUPO DE REFERÊNCIA DE MATEMÁTICA – GRM**

Agnaldo Garcia, Aparecida das Dores Maurício Araújo, Arlete Aparecida Oliveira de Almeida, Benedito de Melo Longuini, Célia Regina Sartori, Claudia Vechier, Edineide Santos Chinaglia, Elaine Maria Moyses Guimarães, Eleni Torres Euzebio, Érika Aparecida Navarro Rodrigues, Fabiana Lopes de Lima Antunes, Fátima Aparecida Marques Montesano, Helena Maria Bazan, Ignêz Maria dos Santos Silva, Indira Vallim Mamede, Irani Aparecida Muller Guimarães, Irene Bié da Silva, Ivan Cruz Rodrigues, Ivana Piffer Catão, Leandro Rodrigo de Oliveira, Lilian Ferolla de Abreu, Louise Castro de Souza Fávero, Lucinéia Johansen Guerra, Lúcio Mauro Carnaúba, Marcia Natsue Kariatsumari, Maria Helena de Oliveira Patteti, Mariza Antonia Machado de Lima, Norma Kerches de Oliveira Rogeri, Oziel Albuquerque de Souza, Raquel Jannucci Messias da Silva, Regina Helena de Oliveira Rodrigues, Ricardo Alexandre Verni, Rodrigo de Souza União, Rosana Jorge Monteiro, Rosemeire Lepinski, Rozely Gabana Padilha Silva, Sandra Maria de Araújo Dourado, Simone Aparecida Francisco Scheidt, Silvia Cleto e Solange Jacob Vastella

#### **CONCEPÇÃO E SUPERVISÃO DO PROJETO**

Professora Doutora Célia Maria Carolino Pires

#### **ANÁLISE E REVISÃO**

Ivan Cruz Rodrigues e Norma Kerches de Oliveira Rogeri

#### **SUPERVISÃO DA REVISÃO**

Professora Doutora Edda Curi

**VERSÃO PRELIMINAR**