PREFEITURA DO MUNICÍPIO DE SÃO PAULO
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
DIRETORIA DE ORIENTAÇÃO TÉCNICA

ORIENTAÇÕES CURRICULARES E PROPOSIÇÃO DE EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM PARA O ENSINO FUNDAMENTAL: CICLO II

MATEMÁTICA

2007

ASSESSORIA PEDAGÓGICA
Celia Maria Carolino Pires - Coordenação Geral

ELABORADORES DE MATEMÁTICA
Célia Maria Carolino Pires
Edda Curi

COLABORADORES

Equipes Técnicas das Coordenadorias de Educação
Responsáveis pela Coordenação do processo de consulta à R.M.E.S.P.:
Adriana de Lima Ferrão, Angela Maria Ramos de Baere, Audelina Mendonça Bezerra, Clélio Souza Marcondes, Denise Bullara Martins da Silva, Elisa Mirian Katz, Eugênia Regina de Carvalho Rossatto, Flávia Rogéria da Silva, Francisco José Pires, Ivone de Oliveira Galindo Ferreira, Josefa Garcia Penteado, Yukiko Kouchi, Marcos Ganzeli, Maria Antonia S.M. Facco, Maria Aparecida Luchiari, Maria Aparecida Serapião Teixeira, Maria do Carmo Ferreira Lotfi, Maria Elisa Frizzarini, Maria Isabel de Souza Santos, Maria Khadiga Saleh, Sandra da Costa Lacerda, Selma Nicolau Lobão Torres, Silvia Maria Campos da Silveira, Simone Aparecida Machado, Valéria Mendes S. Mazzoli, Vera Lucia Machado Marques

Ciclo II - Integrantes do Grupo de Referência - Matemática
Edda Curi - Assessora
Ana Maria do Carmo Tomaz, Antonio Rodrigues Neto, Edna Grottoli, Elieti Rossi, Iara Moro de Rosa, Jair Alves, Joelma Angela de Lima Melo, Julio Cesar Juns Gonçalves, Licia Taurizano do P. Juliano, Luciana Facis Lessa, Maria Cristina S. Calabró, Maria de Fatima J.V. Wick, Mariucha Batista de Paula, Regina Célia Schoba de Zotti, Rinaldo de Souza Araujo, Valéria Aparecida G.S. Lauzem, Vera Lucia Alves

CENTRO DE MULTIMEIOS
Waltair Martão (Coordenador)

Projeto Gráfico
Ana Rita da Costa, Conceição Aparecida Baptista Carlos, Hilário Alves Raimundo, Joseane Alves Ferreira

Pesquisa de Imagens
Iracema Fátima Ferrer Constanzo, Lilian Lotufo Pereira Pinto Rodrigues, Magaly Ivanov, Patricia Martins da Silva Rede, Nancy Prandini, Silvana Terezinha Marques de Andrade

AGRADECIMENTOS
A todos os Educadores que leram, sugeriram e contribuíram para a redação final deste documento

EDITORAÇÃO, CTP, IMPRESSÃO E ACABAMENTO
Imprensa Oficial do Estado de São Paulo

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Câmara Brasileira do Livro, SP - Brasil.

São Paulo (SP). Secretaria Municipal de Educação. Diretoria de Orientação Técnica.

Orientações curriculares e proposição de expectativas de aprendizagem para o Ensino Fundamental : ciclo II : Matemática / Secretaria Municipal de Educação – São Paulo : SME / DOT, 2007.

128p.

Bibliografia

1.Ensino Fundamental 2.Matemática I. Programa de Orientações Curriculares e Proposição de Expectativas de Aprendizagem

CDD 372

Código da Memória Técnica: SME-DOT/Sa.013-h/07

Caros educadores e educadoras da Rede Municipal de São Paulo

Estamos apresentando a vocês o documento *Orientações Curriculares e Proposição de Expectativas de Aprendizagem para o Ensino Fundamental*, que faz parte do Programa de Orientação Curricular do Ensino Fundamental, da Secretaria Municipal de Educação.

O programa tem como objetivos principais contribuir para a reflexão e discussão sobre o que os estudantes precisam aprender, relativamente a cada uma das áreas de conhecimento, e subsidiar as escolas para o processo de seleção e organização de conteúdos ao longo do ensino fundamental.

O presente documento foi organizado por especialistas de diferentes áreas de conhecimento e coordenado pela Diretoria de Orientação Técnica. Foi submetido a uma primeira leitura realizada por grupos de professores, supervisores e representantes das Coordenadorias de Educação que apresentaram propostas de reformulação e sugestões. Na seqüência, foi encaminhado às escolas para ser discutido e avaliado pelo conjunto dos profissionais da rede.

A partir da sistematização dos dados coletados pelas Coordenadorias de Educação, foi elaborada a presente versão, que orientará a organização e o desenvolvimento curricular das escolas da rede municipal.

Esse processo de construção coletiva exigiu o envolvimento amplo de todos os educadores que atuam na rede municipal e a participação ativa das Coordenadorias de Educação e das instâncias dirigentes da Secretaria Municipal de Educação, como coordenadoras do debate e mediadoras das tomadas de decisão.

Para a nova etapa – a reorientação do currículo da escola em 2008 – apontamos a necessidade de articulação deste documento com os resultados da Prova São Paulo, de modo a elaborar Planos de Ensino ajustados às necessidades de aprendizagem dos alunos.

Contamos com a participação de todos neste compromisso de oferecer cada vez mais um ensino de qualidade para as crianças e jovens da cidade de São Paulo.

Alexandre Alves Schneider
Secretário Municipal de Educação

SUMÁRIO

EMEF Pedro Aleixo - Foto Neila Gomes

PARTE 1

1.1 Apresentação do Programa

A elaboração de documentos que orientam a organização curricular na rede municipal de ensino, explicitando acordos sobre expectativas de aprendizagem, vem se configurando como uma das necessidades apontadas pelos educadores, com a finalidade organizar e aprimorar os projetos pedagógicos das escolas.

Sensível a essa necessidade, a Secretaria Municipal de Educação no âmbito da Diretoria de Orientação Técnica Ensino Fundamental e Médio está implementando o *Programa de Orientação Curricular do Ensino Fundamental*. O objetivo é contribuir para a reflexão e discussão sobre o que os estudantes precisam aprender, relativamente a cada área de conhecimento, construindo um projeto curricular que atenda às finalidades da formação para a cidadania, subsidiando as escolas na seleção e organização de conteúdos mais relevantes a serem trabalhados ao longo dos nove anos do ensino fundamental[1], que precisam ser garantidos a todos os estudantes.

Para tanto, é necessário aprofundar o debate sobre aquilo que se espera que os estudantes aprendam na escola, em consonância com o que se considera relevante e necessário em nossa sociedade, neste início de século 21, no contexto de uma educação pública de qualidade e referenciado em núcleos essenciais de aprendizagens indispensáveis à inserção social e cultural dos indivíduos.

Para que possamos oferecer uma educação de qualidade a todos os estudantes, precisamos discutir duas questões importantes: O que entendemos por educação de qualidade? O que é necessário oferecer aos estudantes para a garantia dessa qualidade?

A resposta à questão do que se entende por educação de qualidade é um tema complexo e polêmico e precisa ser analisada no contexto atual do sistema municipal de ensino.

Fazendo uma breve análise da trajetória da escola pública em nosso país e, em particular, na Rede Municipal de Ensino de São Paulo, constatamos que a visão dominante de escola, ao longo de várias décadas, era a de um espaço em que se promovia a emancipação dos indivíduos por meio da aquisição de conhecimentos,

1 De acordo com o disposto em lei federal, o ensino de nove anos deverá ser implementado no município até o ano de 2010. Nossa preocupação ao elaborar esta proposta é considerar esse fato, antecipando a discussão curricular.

saberes, técnicas e valores que lhes permitissem adaptar-se à sociedade. O foco do trabalho da escola eram os conteúdos a serem transmitidos às novas gerações. A organização escolar era seriada e tinha como critério básico o conhecimento a ser transmitido. Os estudantes eram agrupados segundo a aquisição de determinados conteúdos: de um lado, aqueles que os dominavam e, de outro, aqueles que ainda não haviam se apropriado desses. Os que não atingiam as metas estabelecidas eram retidos.

Nas últimas décadas do século 20, as contundentes críticas a esse modelo de escola evidenciaram que era necessário promover mudanças no conceito de reprovação e no processo de avaliação escolar, introduzindo a idéia de ciclo e organizando os tempos e espaços das escolas de modo a permitir maior tempo para os estudantes desenvolverem os conhecimentos necessários em sua formação.

Analisando esses dois modelos, o fato é que em ambos há problemas que precisam ser identificados e enfrentados. Não há sentido retroceder e identificar nas reprovações em massa, ano a ano, a solução para os problemas do nosso sistema de ensino.

Por outro lado, não há sentido em não se proceder à revisão crítica, deixando as crianças prosseguirem no ensino fundamental sem construir as aprendizagens necessárias ao seu desenvolvimento e inserção social e sem discutir permanentemente sobre quais são essas aprendizagens.

Estamos convictos de que é possível e desejável construir uma escola que seja um espaço educativo de vivências sociais, de convivência democrática e, ao mesmo tempo, de apropriação, construção e divulgação de conhecimentos, como também de transformações de condições de vida das crianças que a freqüentam. Esse é o principal motivo desta proposta.

O desafio de construir uma educação de qualidade, que integre todas as dimensões do ser humano, envolve diferentes variáveis:

- organização inovadora, aberta e dinâmica nas escolas, traduzidas por projetos pedagógicos participativos e consistentes, orientados por currículos ricos e atualizados;
- infra-estrutura adequada nas escolas, com acesso a tecnologias e a informação;
- docentes motivados e comprometidos com a educação de seus alunos, bem preparados intelectual, emocional, comunicacional e eticamente, com oportunidades de desenvolvimento profissional;

- alunos motivados a estudar para aprender, com capacidade de gerenciamento pessoal e grupal, respeitados em suas características e vistos como capazes de aprender;
- relação entre professores e alunos que permita, mutuamente, conhecer, respeitar, orientar, ensinar e aprender;
- interação da escola com as famílias e com outras instituições responsáveis pela educação dos alunos.

Portanto, torna-se necessário definir e buscar alcançar metas formuladas nos projetos pedagógicos de cada escola levando-se em conta as expectativas de aprendizagem de cada área de conhecimento que compõe o currículo escolar. Além disso, melhorar as condições de trabalho na escola, potencializando a utilização dos recursos existentes, como é o caso, por exemplo, dos livros didáticos, muitas vezes subutilizados.

1.2 Articulação do Programa com projetos em desenvolvimento

Desde 2005, a Secretaria Municipal de Educação de São Paulo vem desenvolvendo o Programa *Ler e escrever* de forma a universalizar para toda rede o compromisso de todas as áreas do conhecimento em relação à leitura e à escrita.

O programa contempla três projetos[2]: *Toda Força ao 1º ano (TOF)*, *Projeto Intensivo no Ciclo I (PIC)* e *Ler e escrever em todas as áreas no Ciclo II*. Para cada um dos três projetos foram elaborados diferentes materiais - tanto para os alunos como para professores e coordenadores pedagógicos. Os professores recebem orientações e os alunos utilizam materiais especialmente elaborados para a recuperação das aprendizagens.

A meta do *Toda Força ao 1º ano (TOF)* é criar condições adequadas para que todos os alunos leiam e escrevam ao final do 2º ano do Ciclo I. Esse projeto prevê a formação de coordenadores pedagógicos realizada pelo *Círculo de leitura* em parceria com as Coordenadorias de Educação e professores, que são atendidos nas próprias unidades educacionais, nos horários coletivos de formação.

2 Para saber mais sobre os projetos, procure legislação e os materiais publicados.

O *Projeto Intensivo no Ciclo I*, o *PIC*, é destinado aos alunos do 4º ano retidos no primeiro ciclo. As escolas que têm alunos retidos no Ciclo I, organizam salas do *PIC* com até 35 alunos.

O *Ler e escrever em todas as áreas do Ciclo II* tem como finalidade envolver os professores de todas as áreas a trabalharem com as práticas de leitura e escrita, a fim de contribuir para a melhoria das competências leitora e escritora de todos os alunos desse ciclo.

Em relação ao uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) nas escolas, a SME vem criando espaços de participação interativa e construção coletiva de projetos integrados com o uso de novas formas de linguagem. A DOT, em parceria com o *Programa EducaRede*, elaborou o *Caderno 3 de Orientações Didáticas – Ler e escrever – Tecnologias na educação*[3], um referencial prático-metodológico no uso pedagógico das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), que propõe a articulação do projeto pedagógico, a construção do currículo e a aprendizagem de conteúdos necessários para o manuseio e utilização de ferramentas e recursos tecnológicos, visando à formação de usuários competentes e autônomos.

Outra meta da SME é a inclusão de estudantes com necessidades educacionais especiais na escola regular, que envolve transformações de idéias, de atitudes e de práticas, tanto no âmbito político quanto no administrativo e pedagógico, em que a escola passe a ser sentida como realmente deve ser: de todos e para todos. A política de atendimento às pessoas com necessidades educacionais especiais está direcionada ao respeito às diferenças individuais dos estudantes e prevê a oferta de atendimento especializado, em contexto inclusivo, tanto em escolas regulares quanto em escolas especiais aos estudantes que dele necessitarem.

Para tanto, cada Coordenadoria de Educação tem o Centro de Formação e Apoio a Inclusão (CEFAI) – e Salas de Apoio a Inclusão (SAAI) - criadas nas unidades escolares que servem como pólo para atender a demandas regionais.

A divisão de Projetos Especiais (Núcleo de Ação Cultural Integrado) coordena e operacionaliza projetos, programas e atividades sociais/artístico/culturais, visando à obtenção de benefícios e condições para o desenvolvimento dos estudantes, no seu processo de construção do conhecimento. Por meio de ações que contemplam o acesso ao conhecimento com diferentes linguagens artísticas, essa unidade oferece propostas que articulam as áreas do conhecimento, enriquecem o currículo e subsidiam o desenvolvimento do projeto pedagógico das unidades escolares, com atividades que extrapolam o âmbito da sala de aula, promovendo a expansão cultural. Os objetivos são: oferecer aos educadores e alunos oportunidades de ampliar o conhecimento; favorecer a socialização; promover o exercício da cidadania, do civismo e da ética; contribuir para formar indivíduos críticos e participativos.

A prova São Paulo, por meio da avaliação anual do desempenho dos alunos nos anos do ciclo e nas diferentes áreas de conhecimento no ensino fundamental, tem como objetivo principal subsidiar a Secretaria Municipal de Educação nas tomadas de decisões quanto à política educacional do município. Trata-se de uma ação que fornecerá informações para qualificar as ações da SME. A análise dos resultados obtidos pelos alunos e dos dados sociais e culturais coletados auxiliarão a avaliar as estratégias de implementação dos programas e indicarão novas necessidades.

Esses programas e projetos visam, por meio de diferentes estratégias, a oferecer possibilidades de enriquecimento do currículo e subsidiar o desenvolvimento do projeto pedagógico das escolas da rede municipal de ensino. Desse modo, o *Programa de orientação curricular do ensino fundamental* apóia-se nos projetos em desenvolvimento e propõe-se a trazer contribuições para o seu avanço.

1.3 Articulação do programa com o projeto pedagógico das escolas

Da mesma forma que o *Programa de Organização Curricular do Ensino Fundamental* busca articulações com os grandes projetos em desenvolvimento, ele deve também estimular a reelaboração do projeto pedagógico de cada escola.

As escolas da rede municipal de educação têm seu trabalho orientado pelos pressupostos explicitados em seus projetos pedagógicos. Neles, cada escola indica os rumos que pretende seguir e os compromissos educacionais que assume, com vistas à formação de seus estudantes.

Na elaboração de seu projeto pedagógico, cada escola parte da consideração da realidade, da situação em que a escola se encontra, para confrontá-la com o que deseja e necessita construir. Essa "idealização" não significa algo que não possa ser realizado, mas algo que ainda não foi realizado; caracterizando um processo necessariamente dinâmico e contínuo.

Elementos constitutivos do projeto pedagógico da escola, como o registro de sua trajetória histórica, dados sobre a comunidade em que se insere, avaliações diagnósticas dos resultados de anos anteriores relativas aos projetos desenvolvidos pela escola e aos processos de ensino e de aprendizagem são importantes para o estabelecimento desse confronto entre o que já foi conquistado e o que ainda precisa ser.

Há ainda importantes pressupostos a serem explicitados como os que se referem à gestão da escola. O trabalho coletivo da equipe escolar, por exemplo, parte do pressuposto de que a tarefa que se realiza com a participação responsável de cada um dos envolvidos é o que atende, de forma mais efetiva, às necessidades concretas da sociedade em que vivemos.

Se há aspectos em que os projetos pedagógicos das escolas municipais se diferenciam, em função de características específicas das comunidades em que se inserem, certamente há pontos de convergência, mesmo considerando-se a dimensão e a diversidade de um município como São Paulo.

Na seqüência, são apresentadas algumas reflexões sobre pontos comuns na elaboração de projetos curriculares nas escolas municipais.

EMEF Máximo de Moura Santos - Foto Lilian Borges

PARTE 2

2.1 Fundamentos legais e articulação entre áreas de conhecimento

A organização curricular é uma potente ferramenta de apoio à prática docente e às aprendizagens dos estudantes. Partindo da definição de objetivos amplos e mais específicos, cada professor planeja trajetórias para que seus estudantes possam construir aprendizagens significativas.

Essa tarefa está ancorada em grandes pressupostos, como a forma de conceber os fins da educação, a compreensão de como cada área de conhecimento pode contribuir para a formação dos estudantes e os parâmetros legais que indicam como os sistemas de ensino devem organizar seus currículos.

De acordo com a Lei nº 9.394/96 – Lei de Diretrizes e Bases (LDB) e suas emendas, os currículos do ensino fundamental devem abranger, obrigatoriamente, o estudo da Língua Portuguesa e da Matemática, o conhecimento do mundo físico e natural e da realidade social e política. O ensino da Arte constituirá componente curricular obrigatório, de forma a promover o desenvolvimento cultural dos estudantes. A Educação Física, integrada à proposta pedagógica da escola, deve ajustar-se às faixas etárias e às condições da população escolar. O ensino da História do Brasil levará em conta as contribuições das diferentes culturas e etnias para a formação do povo brasileiro, especialmente das matrizes indígena, africana e européia. Ainda, a Lei nº 10.639/03 introduz no currículo a obrigatoriedade da temática "História e Cultura Afro-Brasileira", que incluirá o estudo da história da África e dos africanos, a luta dos negros no Brasil, a cultura negra brasileira e o negro na formação da sociedade nacional, resgatando a contribuição do povo negro nas áreas social, econômica e política pertinentes à História do Brasil[3].

Uma das grandes preocupações dos educadores, fundamentada em diversas investigações sobre o assunto, é a possível fragmentação dos conhecimentos, que uma dada organização curricular pode provocar, quando apenas justapõe conteúdos das diferentes áreas sem promover a articulação entre eles.

A organização curricular deve superar fronteiras, sempre artificiais, de conhecimentos específicos, e integrar conteúdos diversos em unidades coerentes que

3 Vide documento *Orientações curriculares e proposição de expectativas de aprendizagem para* educação *étnica racial*; acervo das salas de leitura.

apóiem também uma aprendizagem mais integrada pelos alunos, para os quais uma opção desse tipo possa realmente oferecer algo com sentido cultural e não meros retalhos de saberes justapostos.

O diálogo entre áreas de conhecimento pode ser feito por meio de modalidades como os projetos interdisciplinares, mas também pela exploração de procedimentos comuns como a resolução de problemas, as investigações e ainda a exploração de gêneros discursivos e linguagens nas diferentes áreas de conhecimento.

De todo modo, seja no âmbito de uma área ou de um grupo de áreas diversas, a forma de organização curricular tem enorme importância porque as decisões que se tomam condicionam também as relações possíveis que o aluno vai estabelecer em sua aprendizagem.

Uma das condições necessárias para a organização e o desenvolvimento de um currículo articulado, integrado, coerente, é a escolha e a assunção coletiva, pela equipe escolar, de concepções de aprendizagem, de ensino e de avaliação, sobre as quais serão feitas algumas reflexões no próximo item.

2.2 Aprendizagem, ensino e avaliação

Nas últimas décadas, criou-se um relativo consenso de que a educação básica deve visar fundamentalmente à preparação para o exercício da cidadania, cabendo à escola formar o aprendiz em conhecimentos, habilidades, valores, atitudes, formas de pensar e atuar na sociedade por meio de uma aprendizagem que seja significativa. Ao mesmo tempo, uma análise global da realidade escolar mostra que na prática ainda estamos distantes do discurso sobre formação para a cidadania e, mais especificamente, da aprendizagem significativa.

Partindo do princípio de que, para uma aprendizagem tornar-se significativa, teríamos de olhar para ela como compreensão de significados que se relacionam a experiências anteriores e vivências pessoais dos estudantes, permitindo a formulação de problemas que os incentivem a aprender mais, como também o estabelecimento de diferentes tipos de relações entre fatos, objetos, acontecimentos, noções e conceitos, desencadeando mudanças de comportamentos e contribuindo para a utilização do que é aprendido em novas situações.

Ou seja, se desejamos que os conhecimentos escolares contribuam para a formação do cidadão e que se incorporem como ferramentas, como recursos aos quais os estudantes podem recorrer para resolver diferentes tipos de problemas, que se apresentem a eles nas mais variadas situações e não apenas num determinado momento pontual de uma aula, a aprendizagem deve desenvolver-se num processo de negociação de significados. Em resumo, se os estudantes não percebem o valor dos conceitos escolares para analisar, compreender e tomar decisões sobre a realidade que os cerca, não se pode produzir uma aprendizagem significativa.

Evidentemente isso não significa que tudo o que é trabalhado na escola precisa estar sempre ligado à sua realidade imediata, o que poderia significar uma abordagem dos conteúdos de forma bastante simplista; os conteúdos que a escola explora devem servir para que o estudante desenvolva novas formas de compreender e interpretar a realidade, questionar, discordar, propor soluções, ser um leitor crítico do mundo que o rodeia.

A esse respeito, diferentes autores concordam com o fato de que o problema não é tanto como aprender, mas sim como construir a cultura da escola em virtude de sua função social e do significado que adquire como instituição dentro de uma comunidade. Um dos elementos importantes da construção da cultura de aprendizagem na escola é o processo de organização e desenvolvimento do currículo.

Sabe-se que a aprendizagem significativa não se coaduna com a idéia de conhecimento linear e seriado. Conceber o conhecimento organizado linearmente contribui para reforçar a idéia de pré-requisitos que acaba justificando fracassos e impedindo aprendizagens posteriores. Numa concepção linear do conhecimento, o ensino e a aprendizagem funcionariam como cadeia de elos, na qual cada elo tem função de permitir acesso a outro. Essa forma de conceber o conhecimento pressupõe que o estudante armazene e mecanize algumas informações, por um determinado período de tempo, o que faz com que tenha bom desempenho em provas e avance de um ano para outro, o que não significa, necessariamente, que tenha uma aprendizagem com compreensão.

Uma aprendizagem significativa pressupõe um caráter dinâmico, que exige ações de ensino direcionadas para que os estudantes aprofundem e ampliem os significados elaborados mediante suas participações nas atividades de ensino e de aprendizagem. Nessa concepção, o ensino contempla um conjunto de atividades sistemáticas, cuidadosamente planejadas, em torno das quais conteúdos e métodos articulam-se e onde professor e estudantes compartilham partes cada vez maiores de significados com relação aos conteúdos do currículo escolar. O professor orienta suas ações no sentido de que o estudante participe de tarefas e atividades que o façam se aproximar cada vez mais dos conteúdos que a escola tem para lhe ensinar.

Se a aprendizagem significativa é concebida como o estabelecimento de relações entre significados, a organização do currículo e a seleção das atividades devem buscar outras perspectivas, de forma que o conhecimento seja visto como uma rede de significados, em permanente processo de transformação; a cada nova interação, uma ramificação se abre, um significado se transforma, novas relações se estabelecem, possibilidades de compreensão são criadas. Tal concepção pressupõe o rompimento com o modelo tradicional de ensino, do domínio absoluto de pré-requisitos, de etapas rígidas de ensino, de aprendizagem, de avaliação.

A construção de uma nova prática escolar pressupõe definição de critérios para a seleção e organização de conteúdos, a busca de formas de organização da sala de aula, da escolha de múltiplos recursos didáticos e de articulações importantes, como as relativas ao ensino e à aprendizagem, conteúdo e formas de ensiná-los, constituindo progressivamente um ambiente escolar favorável à aprendizagem, em que os estudantes ampliem seu repertório de significados, de modo a poder utilizá-los na compreensão de fenômenos e no entendimento da prática social.

É preciso levar em conta, ainda, que uma aprendizagem significativa não se relaciona apenas a aspectos cognitivos dos envolvidos no processo, mas está intimamente ligada a suas referências pessoais, sociais e afetivas. Afeto e cognição, razão e emoção compõem-se em uma perfeita interação para atualizar e reforçar, romper e ajustar, desejar ou repelir novas relações, novos significados na rede de conceitos de quem aprende. É preciso compreender, portanto, que a aprendizagem não ocorre da mesma forma e no mesmo momento para todos; interferem nesse processo as diferenças individuais, o perfil de cada um, as diversas maneiras que as pessoas têm para aprender.

Uma aprendizagem significativa está relacionada à possibilidade de os aprendizes aprenderem por múltiplos caminhos, permitindo a eles usar diversos meios e modos de expressão. Assumindo-se que crianças e jovens de diferentes idades ou fases da escolaridade têm necessidades diferentes, percebem as informações culturais de modo diverso e assimilam noções e conceitos a partir de diferentes estruturas motivacionais e cognitivas, a função da escola passa a ser a de propiciar o desenvolvimento harmônico desses diferentes potenciais dos aprendizes.

A aula deve tornar-se um fórum de debates e negociação de concepções e representações da realidade, um espaço de conhecimento compartilhado no qual os aprendizes sejam vistos como indivíduos capazes de construir, modificar e integrar idéias, tendo a oportunidade de interagir com outras pessoas, com objetos e situações que exijam envolvimento, dispondo de tempo para pensar e refletir acerca de seus procedimentos, de suas aprendizagens, dos problemas que têm de superar.

A comunicação define a situação que vai dar sentido às mensagens trocadas e, portanto, não consiste apenas na transmissão de idéias e fatos, mas, principalmente, em oferecer novas formas de ver essas idéias, de lidar com diferenças e ritmos individuais, de pensar e relacionar as informações recebidas de modo a construir significados.

Os estudantes devem participar na aula trazendo tanto seus conhecimentos e concepções quanto seus interesses, preocupações e desejos para sentirem-se envolvidos num processo vivo, no qual o jogo de interações, conquistas e concessões provoquem o enriquecimento de todos. Nessa perspectiva, é inegável a importância da intervenção e mediação do professor e a troca entre os estudantes, para que cada um vá realizando tarefas e resolvendo problemas, que criem condições para desenvolverem suas capacidades e seus conhecimentos.

Convém destacar aqui o papel fundamental da linguagem, por ser instrumento básico de intercâmbio entre pessoas, tornando possível a aprendizagem em colaboração. A comunicação pede o coletivo e transforma-se em redes de conversações em que pedidos e compromissos, ofertas e promessas, consultas e resoluções se entrecruzam e se modificam de forma recorrente nessas redes. Todos – professor e estudantes – participam da criação e da manutenção desse processo de comunicação. Portanto, não são meras informações, mas sim atos de linguagem que comprometem aqueles que os efetuam diante de si mesmos e dos outros.

Variando os processos e formas de comunicação, amplia-se a possibilidade de significação para uma idéia surgida no contexto da classe. A pergunta ou a idéia de um estudante, quando colocada em evidência, provoca uma reação nos demais, formando uma teia de interações e permitindo que diferentes inteligências se mobilizem durante a discussão.

É importante salientar que toda situação de ensino é, também, uma situação mediada pela avaliação, que estabelece parâmetros de atuação de professores e aprendizes. Se considerarmos verdadeiramente que a aprendizagem deve ser significativa, fundamentada em novas compreensões sobre conhecimento e inteligência, a avaliação deve integrar-se a esse processo de aprender, tendo como finalidade principal a tomada de decisão do professor, que pode corrigir os rumos das ações. Um projeto de ensino que busca aprendizagens significativas exige uma avaliação que contribua para tornar os estudantes conscientes de seus avanços e de suas necessidades, fazendo com que se sintam responsáveis por suas atitudes e suas aprendizagens.

A avaliação deve ocorrer no próprio processo de trabalho dos estudantes, no dia-a-dia da sala de aula, no momento das discussões coletivas, da realização de tarefas em grupos ou individuais. Nesses momentos é que o professor pode perceber se seus estudantes estão ou não se aproximando das expectativas de aprendizagem consideradas importantes, localizar dificuldades e auxiliar para que elas sejam superadas, por meio de intervenções adequadas, questionamentos, complementação de informações, enfim, buscando novos caminhos que levem à aprendizagem.

A avaliação, com tal dimensão, não pode ser referida a um único instrumento nem restrita a um só momento ou a uma única forma. Somente um amplo espectro de recursos de avaliação pode possibilitar manifestação de diferentes competências, dando condições para que o professor atue de forma adequada.

As relações envolvidas numa perspectiva de aprendizagem significativa não se restringem aos métodos de ensino ou a processos de aprendizagem. Ensinar e aprender, com significado, implica interação, aceitação, rejeição, caminhos diversos, percepção das diferenças, busca constante de todos os envolvidos na ação de conhecer. A aprendizagem significativa segue um caminho que não é linear, mas uma trama de relações cognitivas e afetivas, estabelecidas pelos diferentes atores que dela participam.

2.3 Critérios para seleção de expectativas de aprendizagem

Muito embora o conceito de currículo seja mais amplo do que a simples discussão em torno de conteúdos escolares, um dos grandes desafios para os educadores consiste exatamente em selecioná-los. Assim, é importante considerar critérios de seleção, uma vez que a quantidade de conhecimentos que se pode trabalhar com os estudantes é imensa. A definição de expectativas de aprendizagem baseia-se em critérios assim definidos:

- **Relevância social e cultural**

Sem dúvida, uma das finalidades da escola é proporcionar às novas gerações o acesso aos conhecimentos acumulados socialmente e culturalmente. Isso implica considerar, na definição de expectativas de aprendizagem, que conceitos, procedimentos e atitudes são fundamentais para a compreensão de problemas, fenômenos e fatos da realidade social e cultural dos estudantes do ensino fundamental.

- **Relevância para a formação intelectual do aluno e potencialidade para a construção de habilidades comuns**

Se o caráter utilitário e prático das expectativas de aprendizagem é um aspecto bastante importante, por outro lado não se pode desconsiderar a necessidade de incluir, dentre os critérios de seleção dessas expectativas, a relevância para o desenvolvimento de habilidades como as de investigar, estabelecer relações, argumentar, justificar, entre outras.

- **Potencialidade de estabelecimento de conexões interdisciplinares e contextualizações**

A potencialidade que a exploração de alguns conceitos/temas tem no sentido de permitir às crianças estabelecerem relações entre diferentes áreas de conhecimento é uma contribuição importante para aprendizagens significativas.

- **Acessibilidade e adequação aos interesses da faixa etária**

Um critério que não pode ser desconsiderado é o da acessibilidade e adequação aos interesses dos estudantes. Uma expectativa de aprendizagem só faz sentido se ela tiver condições, de fato, de ser construída, compreendida, colocada em uso e despertar a atenção do aluno. No entanto, não se pode subestimar a capacidade dos estudantes, mediante conclusões precipitadas de que um dado assunto é muito difícil ou não será de interesse deles.

2.4 Aspectos a serem considerados para a organização de expectativas de aprendizagem nas U. E.

Uma vez selecionadas as expectativas de aprendizagem, elas precisam ser organizadas de modo a superar a concepção linear de currículo em que os assuntos vão se sucedendo sem o estabelecimento de relações, tanto no interior das áreas de conhecimento, como nas interfaces entre elas. Essa organização também precisa ser dimensionada nos tempos escolares (bimestres, anos letivos), o que confere ao projeto curricular de cada escola e ao trabalho coletivo dos professores importância fundamental. No processo de organização das expectativas de aprendizagem cada escola pode organizar seus projetos de modo a atender suas necessidades e singularidades. Na seqüência, apresentamos alguns aspectos que poderão potencializar a organização das expectativas de aprendizagem.

Além da eleição desses critérios para escolha de conteúdos, outra discussão importante

• Abordagem nas dimensões interdisciplinar e disciplinar

Como mencionado anteriormente, ao longo das últimas décadas várias idéias e proposições vêm sendo construídas com vistas a superar a concepção linear e fragmentada dos currículos escolares. Interdisciplinaridade, transdisciplinaridade, transversalidade e projetos são alguns exemplos de tais formulações, que representam novas configurações curriculares, privilegiam a interação entre escola e realidade e propõem a inversão da lógica curricular da transmissão para o questionamento.

Trata-se de idéias e proposições fecundas. No entanto, ao serem implementadas, muitas vezes elas buscam prescindir de conhecimentos disciplinares e do apoio de modalidades como as seqüências didáticas em que se pretende organizar a aprendizagem de um dado conceito ou procedimento.

O estabelecimento das relações interdisciplinares entre as áreas de conhecimento se dá a partir da compreensão das contribuições de cada uma das áreas no processo de construção dos conhecimentos dos alunos e, de cada área, é essencial que ele aprenda, inclusive para se apropriar de estratégias que permitam estabelecer as relações interdisciplinares entre as áreas, tornando a própria interdisciplinaridade um conteúdo de aprendizagem.

- **Leitura e escrita como responsabilidade de todas as áreas de conhecimento**

Um dos problemas mais importantes a serem enfrentados pela escola relaciona-se ao fato de que a não-garantia de um uso eficaz da linguagem, condição para que os alunos possam construir conhecimentos, impede o desenvolvimento de um trabalho formativo nas diferentes áreas de conhecimento.

As tarefas de leitura e escrita foram tradicionalmente atreladas ao trabalho do professor de Língua Portuguesa e os demais professores não se sentiam diretamente implicados com elas, mesmo quando atribuíam o mau desempenho de seus alunos a problemas de leitura e escrita.

Hoje, há um consenso razoável no sentido de que o desenvolvimento da competência leitora e escritora depende de ações coordenadas nas várias atividades curriculares que a escola organiza para a formação dos alunos do ensino fundamental.

Entendida como dimensão capacitadora das aprendizagens nas diferentes áreas do currículo escolar, a linguagem escrita, materializada nas práticas que envolvem a leitura e a produção de textos, deve ser ensinada em contextos reais de aprendizagem, em situações em que faça sentido aos estudantes mobilizar o que sabem para aprender com os textos.

Para que isso ocorra, não basta decodificar ou codificar textos. É preciso considerar de que instâncias sociais emergem tais textos, reconhecer quais práticas discursivas os colocam em funcionamento, assim como identificar quais são os parâmetros que determinam o contexto particular daquele evento de interação e de sua materialidade lingüístico-textual.

Por isso, a aproximação entre os textos e os estudantes requer a mediação de leitores e de escritores mais experientes, capazes de reconstruírem o cenário discursivo necessário à produção de sentidos que não envolve apenas a capacidade de decifração dos sinais gráficos.

Outro aspecto importante é que se refere aos modos de utilização da linguagem, tão variados quanto às próprias esferas da atividade humana. As esferas sociais delimitam historicamente os discursos e seus processos. As práticas de linguagens –

falar, escutar, ler e escrever, cantar, desenhar, representar, pintar – são afetadas pelas representações que se têm dos modos pelos quais elas podem se materializar em textos orais, escritos e não-verbais. A produção de linguagem reflete tanto a diversidade das ações humanas como as condições sociais para sua existência.

Aprender não é um ato que resulta da interação direta entre sujeito e objeto, é fruto de uma relação socialmente construída entre sujeito e objeto do conhecimento, isto é, uma relação histórico-cultural. Assim, ao ler ou produzir um texto, o sujeito recria ou constrói um quadro de referências em que se estabelecem os parâmetros do contexto de produção no qual se dá a prática discursiva que está necessariamente vinculada às condições específicas em que se concretiza.

• Perspectiva de uso das tecnologias disponíveis

O uso das chamadas Tecnologias da Informação e da Comunicação (TIC) é hoje um aspecto de atenção obrigatória na formação básica das novas gerações, em função da presença cada vez mais ampla dessas tecnologias no cotidiano das pessoas.

Além desse forte motivo, o uso das TIC como recurso pedagógico tem sido investigado e aprimorado como ferramenta importante no processo de ensino e de aprendizagem, que busca melhores utilizações de recursos tecnológicos no desenvolvimento de projetos, na realização de seqüências didáticas, na resolução de situações-problema, dentre outras situações didáticas.

O uso das TIC traz possibilidades de interações positivas entre professores e estudantes, na medida em que o professor é desafiado a assumir uma postura de aprendiz ativo, crítico e criativo e, ao mesmo tempo, responsabilizar-se pela aprendizagem de seus estudantes.

As TIC podem contribuir para uma mudança de perspectiva do próprio conceito de escola, na medida em que estimulem a imaginação dos estudantes, a leitura prazerosa, a escrita criativa, favoreçam a iniciativa, a espontaneidade, o questionamento e a inventividade e promovam a cooperação, o diálogo, a solidariedade nos atos de ensinar e aprender.

EMEF Máximo de Moura Santos - Foto Lilian Borges

PARTE 3

3.1 Finalidades do ensino de Matemática no ensino fundamental

É bastante consensual a idéia de que conhecimentos matemáticos são importantes para a vida das pessoas, na sociedade contemporânea, desempenhando papel importante na formação do cidadão. Além disso, a Matemática estimula o desenvolvimento de capacidades formativas, de raciocínio, de formulação de conjecturas, de observação de regularidades, entre outros. Em função disso, essas duas vertentes são as principais componentes que definem as finalidades da educação Matemática no ensino fundamental: seu caráter prático e utilitário e o desenvolvimento do raciocínio lógico, dedutivo e indutivo e que contribuem para a formação dos estudantes da educação básica.

Dentre as características ligadas à função utilitária da Matemática uma delas tem a ver com as necessidades cotidianas e, a outra, á sua necessidade para o estudo de ciências que utilizam conhecimentos matemáticos como ferramentas. Com relação às características ligadas à formação intelectual elas têm a ver com o lado investigativo e especulativo da atividade matemática em que a elaboração de conjecturas, de argumentações, de generalizações se destaca e permite a constituição de valores estéticos e o caráter lúdico e recreativo da Matemática.

Com base nessas finalidades, no ensino fundamental, a matéria precisa ser pensada como um corpo de conhecimentos que, juntamente com outras áreas de conhecimento contribui para compreensão e ação no mundo contemporâneo e para o desenvolvimento do indivíduo, numa perspectiva de formação para a cidadania.

3.2 Problemas a serem enfrentados

Nas últimas quatro décadas, em todo o mundo e no Brasil, professores e pesquisadores da área de Matemática têm se dedicado ao desenvolvimento de estudos teóricos e práticos buscando enfrentar desafios referentes às tarefas de ensinar e aprender Matemática e buscando compreender como se dá a construção de conhecimentos matemáticos pelos estudantes.

Em decorrência desse fato, surgiu uma nova área de investigação científica conhecida como educação matemática, que abriga variadas linhas de pesquisa, ligadas à didática da Matemática, à organização e desenvolvimento curricular, à história da Matemática, à incorporação de tecnologias da informação e da comunicação no ensino de Matemática, à formação de professores que a ensinam entre outras, todas com avanços e contribuições significativos.

Contrastando com esses avanços, os índices de desempenho dos estudantes da educação básica, em particular do ensino fundamental, apresentados como resultados nas macro-avaliações são bastante desestimuladores e têm causas diversas. Certamente, um dos problemas reside no fato de que os resultados de pesquisa são pouco divulgados e se mantêm, de modo geral, desconhecidos pela maior parte dos professores que ensinam Matemática.

Dentre os desafios a serem enfrentados, alguns deles se destacam:

- com relação à organização curricular: é fundamental investir na construção de currículos de Matemática mais ricos, contextualizados, culturalmente e socialmente, com grandes possibilidades de estabelecimento de relações intra e extra-matemática, com o rigor e a conceituação matemáticos apropriados, acessíveis aos estudantes, evidenciando o poder explicativo dessa matéria, com estruturas mais criativas que a tradicional organização linear e fazendo uso de diferentes modalidades como os projetos, as atividades seqüenciais, rotineiras e ocasionais.

- com relação a questões de natureza didática: é importante aprofundar os conhecimentos sobre a transposição, sobre seqüências didáticas organizadas para a aprendizagem de temas em função de sua especificidade e que privilegiem as formas de pensar e de construir conceitos e procedimentos matemáticos dos estudantes.

- com relação a questões metodológicas: é necessário aperfeiçoar o uso da resolução de problemas e das investigações nas aulas de Matemática, como eixos metodológicos que possibilitam envolvimento efetivo dos estudantes na construção de conceitos, valorizar a leitura e escrita nas aulas de Matemática e equilibrar momentos de contextualização e descontextualização, como também os de abordagem interdisciplinar e disciplinar. Enfim, o trabalho a ser desenvolvido em sala de aula terá como meta promover o gosto pelo desafio de enfrentar problemas, a determinação pela busca de resultados, o prazer no ato de conhecer e de criar, a auto confiança para conjecturar, levantar hipóteses, validá-las, e confrontá-las com as dos colegas

- quanto ao uso de recursos: o uso de jogos, de calculadoras, de computadores, de textos de jornais e revistas é essencial no ensino de Matemática. Quando o professor propuser questões envolvendo esses recursos, os estudantes poderão potencializar suas capacidades para compreender os conceitos matemáticos presentes. Os jogos no ensino de Matemática estimulam não só o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, como também propiciam a interação e o confronto entre diferentes formas de pensar e permitem ao aluno vivenciar uma experiência que desenvolve atitudes de iniciativa, autoconfiança e autonomia. Assim, os conteúdos atitudinais também estarão presentes nessas aulas. Os textos de jornais e revistas oferecem oportunidades para o trabalho de conceitos de Matemática, ao mesmo tempo em que podemos desenvolver habilidades de leitura, escrita, seleção de informações e resolução de problemas. Jornais e revistas possibilitam explorações numéricas, apresentam gráficos e tabelas de diferentes tipos, enigmas, charadas e quebra-cabeças enriquecendo o ensino de Matemática. No entanto, é importante que o professor tenha traçado quais são seus objetivos, verificar se o texto escolhido tem uma linguagem acessível aos seus estudantes, adequar o tempo à sua proposta, pensar na organização da classe, em quais são os recursos necessários, prever problematizações e registros que os estudantes produzirão. Outros recursos que podem enriquecer as aulas de Matemática são a calculadora e o computador. São instrumentos alternativos que promovem um aprendizado dinâmico, contextualizado e que envolve a resolução de problemas.

- com relação à avaliação: ao longo das aprendizagens, ela é referida como um processo contínuo e interno. Recomenda-se que os professores avaliem os estudantes tendo em vista os objetivos específicos e os conhecimentos adquiridos. É importante que o professor use diferentes instrumentos de avaliação e que, a partir dos dados obtidos replaneje suas aulas levando em conta o processo de aprendizagem de seus estudantes.

3.3 Objetivos gerais de Matemática para o ensino fundamental

A formulação das expectativas de aprendizagem relativas à Matemática, para os estudantes das escolas da rede municipal de ensino pautam-se nos objetivos gerais a serem alcançados pelos estudantes do ensino fundamental detalhados a seguir:

O aluno do ensino fundamental deve ser capaz de:

- identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;

- fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações , utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório , probabilístico);
- selecionar, organizar e produzir informações relevantes para interpretá-las e avaliá-las criticamente;
- resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
- comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
- estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
- sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;
- interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na resolução dos problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Além de buscar a aprendizagem de conceitos e procedimentos, o ensino de Matemática, ao longo de todas as séries do ensino fundamental visará à constituição de atitudes:

- favoráveis para a aprendizagem de Matemática.
- positivas com relação à sua própria capacidade para elaborar estratégias pessoais diante de situações-problema.
- de socialização de suas experiências com seus pares como forma de aprendizagem.
- de curiosidade por questionar, explorar e interpretar os diferentes usos dos números, reconhecendo sua utilidade na vida cotidiana.
- de interesse e curiosidade por conhecer diferentes estratégias de cálculo.
- de organização na elaboração e apresentação dos trabalhos.

3.4 Pressupostos norteadores da construção curricular em Matemática

Os pressupostos norteadores na construção curricular de Matemática têm como base os cinco princípios destacados a seguir.

Princípio da representatividade: um currículo deve inserir o aluno na cultura Matemática, de forma mais ampla possível. Dessa forma, os conhecimentos que se apresentam no currículo da matéria devem contemplar não apenas uma diversidade significativa de conteúdos, mas também de métodos de investigação, de aplicações, de relações com outras áreas, etc., para que o aluno possa percebê-la como uma ciência construída pela humanidade e que pode desempenhar papel de grande relevância social. O conhecimento não é neutro: assim, o conhecimento matemático deve ser abordado na escola de modo a exemplificar os múltiplos usos que a sociedade faz das teorias, das explicações e também evidenciando os principais valores de controle ou progresso que se desenvolvem com seu uso, num determinado contexto social.

Princípio do poder explicativo: um currículo deve enfatizar a Matemática como explicação, pois ela como fenômeno cultural pode ser uma rica fonte de explicações e esta característica deve ser incorporada ao seu ensino. Na escola, o conhecimento deve ser apresentado como fenômeno cultural e como rica fonte de explicações e não baseado apenas na componente quase que exclusivamente conceitual, formal, simbólica.

Princípio do formalismo: uma abordagem exageradamente formalista do conhecimento matemático é desaconselhável especialmente para alunos do ensino fundamental. No entanto, é importante garantir espaço para que os estudantes levantem hipóteses, socializem formas diferentes de resolver problemas, se perguntem sobre os “porquês” das regras, estabelecendo relações entre os conhecimentos informais e os conhecimentos formais da Matemática.

Principio da acessibilidade: um currículo deve ser acessível a todos os estudantes, ou seja, os conteúdos curriculares não podem estar fora das capacidades intelectuais dos estudantes; tal princípio não significa porém, que o currículo seja empobrecido por se “achar” que os estudantes não têm capacidade de aprender; os conteúdos matemáticos selecionados devem ser entendidos como algo que é possível de ser construído por um determinado grupo de estudantes, considerando suas necessidades, interesses, conhecimentos prévios, mas sem subestimar suas capacidades.

Princípio da concepção relativamente ampla e elementar: Os critérios de riqueza e representatividade implicam adoção de outro critério que se refere à concepção ampla e elementar. Um currículo deve ter, também, conceito amplo e elementar, ao mesmo tempo, ao invés de ser limitado e detalhista em seu ponto de vista. Seguindo este princípio, nessas orientações procura-se equilibrar adequadamente os diferentes blocos de conteúdo, sem aprofundar demais alguns deles em detrimento de outros, dando atenção especial a saberes que tem grande utilidade social, mas também a outros que são inerentes da Matemática. Assim, deve haver um equilíbrio entre os temas referentes a números, operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação.

3.5 Critérios de seleção das expectativas de aprendizagem e de sua organização

A seleção de conteúdos matemáticos a serem trabalhados deve ter como objetivo a busca de uma formação geral direcionada ao desenvolvimento da cidadania. Nesse sentido, um dos grandes desafios para os professores de Matemática é, em meio a uma grande gama de conhecimentos matemáticos, selecionar aqueles que, por um lado, são importantes para a vida das pessoas na sociedade contemporânea e desempenham papel importante na formação do cidadão, e, por outro lado, aqueles conhecimentos que permitam o desenvolvimento de capacidades formativas, a formação de atitudes e os que consideram o valor estético e o caráter lúdico e recreativo da Matemática. Para a definição de expectativas de aprendizagem é fundamental, portanto, identificar critérios. Na seqüência, estão explicitados os critérios utilizados na elaboração deste documento:

Relevância social e cultural

Na definição de expectativas de aprendizagem serão selecionados conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas que são fundamentais para a compreensão de problemas, fenômenos e fatos da realidade social e cultural dos nossos estudantes, uma vez que uma das finalidades da escola é a inserção dos jovens na sociedade e na cultura.

Relevância para a formação intelectual do aluno e potencialidade para a construção de habilidades comuns

Na definição de expectativas de aprendizagem serão selecionados conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas que potencializem o desenvolvimento de habilidades como as de investigar, estabelecer relações, argumentar, conjecturar, justificar, entre outras.

Potencialidade de estabelecimento de conexões interdisciplinares e contextualizações

Na definição das expectativas de aprendizagem, deve-se dar prioridade àquelas que potencializem a exploração de alguns conceitos/temas matemáticos que permitam estabelecer relações entre o conhecimento e as situações cotidianas

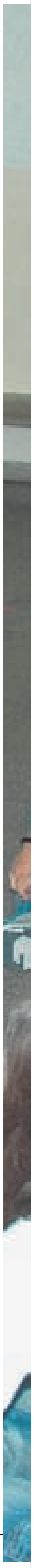
EMEF Pedro Aleixo – Foto Neila Gomes

do estudante, mas também contemplem contextualizações históricas, culturais e que permitam o intercâmbio de idéias com outras áreas de conhecimento, em projetos interdisciplinares.

Acessibilidade e adequação aos interesses da faixa etária

Um critério que não pode ser desconsiderado na seleção das expectativas de aprendizagem em Matemática é o da acessibilidade e adequação aos interesses dos estudantes; assim, é fundamental que as expectativas de aprendizagem possam ser construídas, compreendidas, colocadas em uso, além de despertarem a atenção dos estudantes, ressaltando-se a importância de não subestimar suas capacidades de aprendizagem.

EMEF Máximo de Moura Santos - Foto Lilian Borges



PARTE 4

4.1 Quadros das expectativas de aprendizagem

Considerando os objetivos definidos para o ensino de Matemática, os pressupostos e critérios apresentados, as expectativas de aprendizagem para cada ano do ciclo II estão apresentadas nos quadros a seguir, por bloco temático. Na seqüência de cada quadro são tecidos comentários com a finalidade de melhor explicitação do trabalho a ser realizado.

EMEF Pedro Aleixo – Foto Neila Gomes

4.1.1 Expectativas de aprendizagem para o primeiro ano do ciclo II do ensino fundamental

Explorando contextos do cotidiano, de outras áreas de conhecimento e da própria Matemática, por meio de práticas que podem articular-se em projetos, atividades seqüenciadas, atividades rotineiras e atividades ocasionais, abordando equilibradamente os diferentes blocos temáticos, espera-se que os estudantes sejam capazes de:		
Números	**M1**	Reconhecer os significados dos números naturais e utilizá-los em diferentes contextos.
	M2	Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais de qualquer ordem de grandeza, pelo uso de regras e símbolos que caracterizam o sistema de numeração decimal..
	M3	Estabelecer relações entre números naturais tais como “ser múltiplo de”, “ser divisor de” e reconhecer números primos e compostos e as relações entre eles.
	M4	Ler, escrever, representar e comparar números racionais na forma decimal.
	M5	Resolver situações-problema que envolvam números racionais com significados de parte/todo, quociente, razão.
	M6	Ler, escrever, representar e comparar números racionais na forma fracionária.
	M7	Reconhecer que os números racionais podem ser expressos na forma fracionária e decimal, estabelecendo relações entre essas representações.
	M8	Localizar números racionais na reta numérica.
Operações	**M9**	Analisar, interpretar, formular e resolver situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações, envolvendo números naturais.
	M10	Fazer cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) envolvendo operações — com números naturais —, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos nelas envolvidos e verificação de resultados.
	M11	Compreender a potência com expoente inteiro positivo como produto reiterado de fatores iguais, em situações-problema. Seria legal reescrever?
	M12	Resolver situações-problema que envolvam a determinação da medida do lado de um quadrado de área conhecida, compreendendo a idéia de raiz quadrada de um número natural.
	M13	Analisar, interpretar e resolver situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações, envolvendo números racionais na forma fracionária e na forma decimal.
	M14	Fazer cálculos mentais ou escritos, exatos ou aproximados envolvendo operações com números racionais.
	M15	Resolver situações-problema que envolvam o cálculo de porcentagens (10 %, 20%, 30%), sem uso da regra de três.
Espaço e Forma	**M16**	Resolver situações-problema que envolvam a posição ou a movimentação de pessoas ou objetos, utilizando coordenadas.
	M17	Distinguir, em contextos variados, figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando nomenclatura própria.
	M18	Resolver situações-problema que envolvam propriedades de figuras tridimensionais como o cubo, o paralelepípedo, outros prismas, pirâmides, cones, cilindros e esferas.
	M19	Resolver situações-problema que envolvam propriedades de figuras bidimensionais como o triângulo, o quadrado, o retângulo, outros polígonos e círculos.
	M20	Fazer esboço de planificações (moldes) de figuras tridimensionais como cubo, paralelepípedo, pirâmide, cone e cilindro.
	M21	Compor e decompor figuras planas, identificando relações entre suas superfícies.
Grandezas e Medidas	**M22**	Reconhecer grandezas como comprimento, massa, capacidade, tempo e identificar unidades adequadas (padronizadas ou não) para medi-las, fazendo uso de terminologia própria.
	M23	Resolver situações-problema que envolvam grandezas como comprimento, massa, capacidade, tempo
	M24	Obter medidas de grandezas diversas, por meio de estimativas e aproximações e tomar decisão quanto a resultados razoáveis dependendo da situação-problema.
	M25	Utilizar instrumentos de medida, como régua, esquadro, trena, relógios, cronômetros, balanças para fazer medições, selecionando os instrumentos e unidades de medida adequadas à precisão que se requerem, em função da situação-problema.
	M26	Realizar conversões entre algumas unidades de medida mais usuais (para comprimento, massa, capacidade, tempo) em resolução de situações-problema.
	M27	Resolver situações problema que envolvam o cálculo do perímetro de figuras planas, poligonais ou não.
	M28	Resolver situações problema que envolvam o cálculo da área de superfícies delimitas por triângulos e quadriláteros.
Tratamento da informação	**M29**	Resolver problemas de contagem, incluindo os que envolvem o princípio multiplicativo, por meio de estratégias variadas, como a construção de esquemas e tabelas.
	M30	Resolver problemas com dados organizados por meio de tabelas e gráficos.
	M31	Construir gráficos de colunas e de barras.
	M32	Produzir textos escritos, a partir da interpretação de gráficos e tabelas.

Comentários sobre o trabalho com essas expectativas:

Uma das principais preocupações dos professores de Matemática no 5º ano é a de identificar os conhecimentos que já foram construídos por seus alunos nos anos anteriores e buscar ampliações e aprofundamentos sobre os diversos temas matemáticos, sempre na perspectiva de dar destaque às explorações matemáticas que fazem parte do cotidiano dos alunos, mas também construindo necessárias descontextualizações.

É fundamental que do mesmo modo pelo qual, nas situações do nosso dia-a-dia, misturam-se os números, as operações, as formas, as medidas, os gráficos, as tabelas, o planejamento das atividades de aprendizagem mantenham a aproximação desses elementos, sem deixar de colocar as ênfases necessárias no desenvolvimento de cada bloco de conteúdo, que passamos a detalhar na seqüência.

Números

Neste ano, o aluno consolidará suas aprendizagens sobre os números naturais e ampliará estudos dos números racionais, compreendendo seus diferentes significados, especialmente na exploração de situações-problema envolvendo operações ou medidas de grandezas.

A abordagem dos racionais, em continuidade ao que foi proposto nos anos anteriores, tem como objetivo levar os alunos a perceber que os números naturais são insuficientes para resolver determinadas situações-problema como as que envolvem a medida de uma grandeza e o resultado de uma divisão. Uma das abordagens possíveis é trabalhar com problemas históricos envolvendo medidas, que deram origem a esses números.

Como o uso dos racionais no contexto diário é mais freqüente na forma decimal do que na forma fracionária, recomenda-se maior enfoque na representação decimal.

Operações

O trabalho já iniciado nos anos anteriores com a resolução de problemas abrangendo os significados da adição e da subtração continua neste ano, tanto no campo dos números naturais como no dos racionais. Cabe destacar que a complexidade de situações e o campo numérico envolvidos nos problemas, podem tornar sua resolução mais fácil ou difícil. O trabalho com os números racionais na forma decimal pode ser feito a partir da compreensão das regras do SND utilizadas para os números naturais.

Além das estratégias de cálculo escrito, é importante desenvolver métodos de cálculo mental e aproximado, com compreensão dos processos nelas contidos. A verificação de resultados pode ser feita com calculadora, ou por meio de cálculos aproximados e de estimativas.

Espaço e forma

As noções de espaço e forma envolvem habilidades de percepção espacial, a leitura e a utilização efetiva de mapas e de plantas. O desenvolvimento dessas habilidades neste ano permite aos alunos comunicar informações sobre o espaço ou determinar uma localização precisa, utilizando coordenadas.

Com relação às formas é importante desenvolver atividades em que os alunos diferenciem figuras tridimensionais ou bidimensionais, descrevam algumas das características dessas figuras, observem regularidades, estabeleçam relações entre elas e utilizem nomenclatura adequada. Também é importante que os alunos façam esboços de planificações (moldes) de figuras tridimensionais como cubo, paralelepípedo, pirâmide, cone e cilindro e identifiquem as figuras bidimensionais que compõem esses moldes.

Atividades que exploram a composição e decomposição de figuras, como ladrilhamentos, tangrans, poliminós permitem ao aluno descobrir que toda figura poligonal pode ser composta/decomposta por outra e em particular por triângulos e também identifiquem relações entre as superfícies dessas figuras.

Grandezas e medidas

As medidas quantificam grandezas do mundo físico, são essenciais para sua interpretação e permitem integração com as outras áreas do conhecimento, além de abordar aspectos históricos da construção do conhecimento matemático, uma vez que diferentes povos elaboraram formas particulares de medir. Neste ano é preciso retomar experiências que explorem o conceito de medida; por exemplo, para medir o comprimento de um objeto o aluno precisa saber quantas vezes uma unidade de comprimento previamente escolhida cabe no comprimento desse objeto, ou seja, executar duas operações: uma geométrica (aplicação da unidade no comprimento a ser medido) e outra aritmética (contagem do número de unidades que cabem).

A estimativa é um aspecto importante no trabalho com medidas, pois o aluno terá de estabelecer comparações em situações reais, ampliando sua compreensão sobre o processo de medida e seu conhecimento sobre as unidades padronizadas das grandezas envolvidas. Além disso, o trabalho com estimativas e aproximações permite tomar decisão quanto a resultados razoáveis dependendo da situação-problema. Entre as grandezas indicadas para serem estudadas neste ano destacam-se não apenas as geométricas (comprimento, área), mas também as relacionadas aos fenômenos físicos (comprimento, massa, capacidade e tempo). É recomendável propor situações práticas nas quais os alunos utilizem instrumentos de medida como régua, esquadro, trena, relógios, cronômetros, balanças para fazer medições, selecionando os instrumentos e unidades de medida adequadas.

Em termos de conversão de unidades, sugere-se apenas a realização de conversões entre algumas mais usuais de comprimento como de metro para centímetro (ou vice-versa), de metro para quilômetro (ou vice-versa); de massa como de grama para quilograma (ou vice-versa), de grama para miligrama (ou vice-versa); de capacidade como de litro para mililitro e de tempo.

Tratamento da informação

O estudo dos conteúdos do tema *Tratamento da Informação* possibilita o desenvolvimento de formas particulares de pensamento e raciocínio que permitem resolver determinadas situações-problema nas quais é necessário coletar, organizar e apresentar dados, interpretar e comunicar resultados por meio da linguagem estatística. O estudo de gráficos e tabelas favorece o desenvolvimento de atitudes como posicionar-se criticamente, prever e tomar decisões perante informações veiculadas pela mídia, ou outras fontes.

Assuntos que tratam de economia, política, esportes, educação, saúde, alimentação, moradia, meteorologia, pesquisas de opinião, entre outros, permitem despertar o interesse dos alunos por questões sociais e são contextos significativos para a aprendizagem dos conceitos e procedimentos matemáticos referentes ao Tratamento da Informação.

Sugere-se o trabalho com problemas de contagem incluindo os que envolvem o princípio multiplicativo, em que o aluno utilize estratégias variadas, como a construção de esquemas e tabelas, que o permitam agrupar objetos, em diferentes quantidades e caracterizar os agrupamentos feitos. Neste ano, a finalidade dos problemas é familiarizar os alunos com a contagem de agrupamentos de objetos, de maneira formal e direta, listar os agrupamentos possíveis e depois contá-los. Ao entrar em contato com várias situações-problema abrangendo o assunto os alunos poderão aperfeiçoar a maneira de contar esses agrupamentos e desenvolver, o raciocínio combinatório.

4.1.2 Expectativas de aprendizagem para o segundo ano do ciclo II do ensino fundamental

Explorando contextos do cotidiano, de outras áreas de conhecimento e da própria Matemática, por meio de práticas que podem articular-se em projetos, atividades seqüenciadas, atividades rotineiras e atividades ocasionais, abordando equilibradamente os diferentes blocos temáticos, espera-se que os estudantes sejam capazes de:		
Números	**M1**	Reconhecer números inteiros positivos e negativos em contextos diversos e explorar diferentes significados como aqueles em que indicam falta, diferença, orientação (origem) e deslocamento entre dois pontos.
	M2	Reconhecer números racionais, positivos e negativos, representados na forma fracionária ou decimal, em contextos diversos e explorar diferentes significados.
	M3	Localizar números racionais na reta numérica.
Operações	**M4**	Analisar, interpretar, formular e resolver situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações dos campos aditivo e multiplicativo, envolvendo números naturais, inteiros e racionais.
	M5	Realizar cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) envolvendo operações com números inteiros por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos nelas envolvidos e, saber utilizar a calculadora para verificar e controlar resultados.
	M6	Fazer cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) envolvendo operações — com números racionais positivos e negativos, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos nelas envolvidos e verificação de resultados.
	M7	Compreender e utilizar as propriedades da potenciação com expoente inteiro positivo, em situações-problema.
	M8	Calcular potências de expoente nulo ou negativo, compreendendo seu significado.
	M09	Resolver situações-problemas que envolvam a determinação da medida do lado de um quadrado de área conhecida ou a aresta de um cubo de volume dado, compreendendo as idéias de raiz quadrada e raiz cúbica de um número natural.
	M10	Calcular a raiz quadrada e a raiz cúbica de um número natural, por meio de estimativas ou usando a calculadora.
	M11	Resolver situações-problema que abrangem as idéias de razão e de proporcionalidade, ampliando a noção e o uso de porcentagens.
Álgebra	**M12**	Identificar diferentes usos para as letras, em situações que envolvem generalização de propriedades, incógnitas, fórmulas, relações numéricas e padrões.
	M13	Traduzir uma situação problema em linguagem algébrica, usando equações e formular problemas a partir de uma dada equação do primeiro grau e compreender o significado da incógnita e da solução (raiz) de uma equação.
Espaço e forma	**M14**	Resolver situações-problema que abranjam a posição ou a movimentação de pessoas ou objetos, utilizando coordenadas cartesianas.
	M15	Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides, relacionando esses números com o número de lados do polígono da base dessas figuras.
	M16	Esboçar diferentes planificações do cubo.
	M17	Resolver situações-problema em que seja necessário compor ou decompor figuras planas.
	M18	Identificar as transformações de uma figura obtida pela sua reflexão em reta, reconhecendo características dessa transformação.
	M19	Identificar as transformações de uma figura obtida pela sua rotação, reconhecendo características dessa transformação.
	M20	Identificar ângulo como mudança de direção e reconhecê-lo em figuras planas, nomeando-os em função de suas medidas.
	M21	Resolver situações-problema, utilizando a propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer.
Grandezas e medidas	**M22**	Reconhecer e utilizar grandezas de volume e de capacidade e identificar unidades adequadas (padronizadas ou não) para medi-las, fazendo uso de terminologia própria.
	M23	Obter medidas de grandezas diversas, por meio de estimativas e aproximações e tomar decisão quanto a resultados razoáveis dependendo da situação-problema.
	M24	Calcular a área de superfícies delimitadas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas.
	M25	Realizar conversões entre algumas unidades de medida mais usuais de áreas em situações-problema.
	M26	Indicar o volume de um recipiente em forma de paralelepípedo retângulo pela contagem de unidades cúbicas de medida, utilizadas para preencher seu interior.
Tratamento da informação	**M27**	Resolver situações-problema com dados apresentados de maneira organizada por meio de tabelas simples e de dupla entrada.
	M28	Resolver situações-problema com dados apresentados de maneira organizada por meio de gráficos de colunas, barras, setores e linha.
	M29	Construir tabelas simples e de dupla entrada, para apresentar dados coletados.
	M30	Construir gráficos de colunas, de barras e de linhas, para apresentar dados coletados.
	M31	Produzir textos escritos, descrevendo e interpretando dados apresentados em tabelas simples ou de dupla entrada.
	M32	Produzir textos escritos, descrevendo e interpretando dados apresentados em gráficos de colunas, de barras e de linhas.

Comentários sobre o trabalho com essas expectativas:

Números

Neste ano os alunos iniciam seu estudo sobre números inteiros negativos e, da mesma forma como no trabalho com os números naturais e racionais, é importante levar em consideração o contato que os alunos têm no seu dia-a-dia com os números inteiros negativos, contato este em situações de jogos quando falam em pontos negativos, por exemplo. Alguns podem se constituir pontos de partida para introdução desses números: jogos, observação de temperaturas, contato com fatos históricos que ocorreram “antes” e “depois” de Cristo, análise de conta bancária, prédio de apartamentos com pavimentos no subsolo, saldo de balança comercial, etc.

Além disso, é importante propor atividades que explorem a noção intuitiva que os alunos têm a respeito de sentido, quando for dada uma direção e um referencial e a noção de distância de um ponto a outro ponto dado, ou as que levem os alunos a associar ponto referencial como “origem” da contagem das distâncias. O trabalho com reta numérica pode ser precedido, por exemplo, por uma atividade que mostre a necessidade de um sentido para um percurso e o ponto de referência para “origem” da contagem das distâncias. É importante desenvolver a idéia de oposto (simétrico ou inverso aditivo) na reta numérica como um número que se situa na reta numérica à mesma distância do zero, mas com sentido oposto ao número dado. O trabalho com a reta numérica permite ainda reconhecer a ordenação dos inteiros (o menor é o que está à esquerda no sentido positivo da reta numérica); assim, dados dois números positivos será maior o que estiver mais distante do zero e dados dois negativos será maior o que estiver mais próximo do zero. Além disso, é importante também localizar na reta numérica números naturais e racionais.

O trabalho com os racionais é ampliado, considerando-se os números racionais positivos e negativos, utilizando-os em situações problema, reconhecendo as representações fracionária e decimal, estabelecendo relações entre essas representações.

Operações

O trabalho com as operações continua neste ano, porém há ampliação do campo numérico. Os alunos analisam, interpretam, formulam e resolvem situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações dos campos aditivo e multiplicativo, abrangendo números naturais, inteiros e racionais.

As situações-problema apresentadas que incluem associações de transformações positivas e negativas são exemplos de atividades que permitem a sondagem e a exploração das “regras” para a adição e subtração de números inteiros. O uso da reta numérica também auxilia na compreensão dessas regras.

As tabelas podem ser usadas no trabalho da multiplicação e da divisão de números inteiros, uma vez que a compreensão dos procedimentos de cálculo dessas operações depende da identificação de regularidades, do estabelecimento de relações e de algumas inferências.

Ao construir uma tabela de multiplicação com números positivos e negativos, inicia-se com os produtos dos números positivos. Depois, passa-se a multiplicar números positivos por negativos. Nesta etapa, a idéia da multiplicação utilizada é a de adição de parcelas iguais; por exemplo, a multiplicação de (+2) x (-23) pode ser interpretada como a soma de três parcelas de –3: (+2) x (-3) = 2 x (-3) = (-3) + (–3) = (-6).

Pela observação das regularidades das seqüências numéricas construídas, os alunos podem completar a tabela com os produtos dos negativos pelos positivos e dos negativos pelos positivos, mantendo o padrão numérico observado (acrescentar 3 ou retirar 3).

-3	-2	-1	0	1	2	3	×
-9	-6	-3	0	3	6	9	3
-6	-4	-2	0	2	4	6	2
-3	-2	-1	0	1	2	3	1
0	0	0	0	0	0	0	0
							-1
							-2
							-3

O mesmo tipo de trabalho pode ser feito com a divisão de números inteiros.

Cabe ressaltar que as atividades propostas não esgotam as possibilidades de trabalho com as operações envolvendo números inteiros.

Sugere-se um trabalho com os diferentes tipos de cálculo: escrito, mental, aproximado, com calculadora, exato, etc. O cálculo escrito apóia-se no cálculo mental, nas estimativas e aproximações. A importância do estudo do cálculo, em suas diferentes modalidades, justifica-se porque o cálculo permite o desenvolvimento das capacidades cognitivas do aluno, possibilita o exercício de capacidades como memória, dedução, análise, síntese, analogia e generalização.

Neste ano, o trabalho com a potenciação é ampliado. Sugere-se um trabalho que permite aos alunos observarem regularidades das seqüências numéricas construídas numa tabela, como a do exemplo abaixo, e identificarem propriedades da potenciação, o que permite compreender a potência de expoente 1 e expoente zero.

2^5	2^4	2^3	2...
32	16	....	....

: 2 :2

Acrescentando mais duas colunas a essa tabela os alunos poderão, a partir da análise das regularidades observadas nas colunas anteriores, perceber que $2^1 = 2$ e $2^0 = 1$.

O trabalho pode ser ampliado para expoentes negativos, com a construção de tabelas, como a do exemplo abaixo, que permitam observar regularidades.

2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}
32	16	8	4	2	1	1/2	¼

: 2 :2 :2 :2 :2 :2

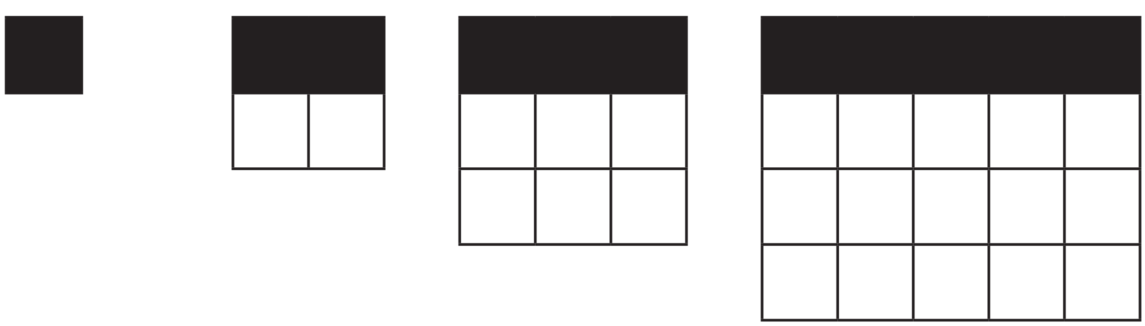
Além disso, é possível propor atividades em que os alunos compreendam o significado da raiz quadrada e da raiz cúbica de um número, a partir de situações-problema como a determinação do lado de um quadrado de área conhecida ou da aresta de um cubo de volume dado. Também atividades que permitam calcular, aproximadamente, raízes quadrada por meio de estimativas e fazendo uso de calculadoras.

Para calcular $\sqrt{12}$, uma primeira conclusão é que o resultado é maior que 3, pois $32^2 = 9$ e menor que 4, pois $4^2 = 16$. Continuando, é possível perceber que a raiz é maior que 3,4, pois $3{,}4^2 = 11{,}56$ e menor que 3,5, pois $3{,}5^2 = 12{,}25$. A partir dessa constatação terão condições de concluir que $\sqrt{12}$ está mais próxima de 3,4 do que 3,5, pois 12 é mais próximo de 11,56 do que 12,25. A calculadora pode validar esse procedimento.

Álgebra

O estudo da álgebra é iniciado neste ano. Os alunos identificam diferentes usos para as letras, em situações que envolvem generalização de propriedades, incógnitas, fórmulas, relações numéricas e padrões. É interessante propor tarefas investigativas em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. Esse trabalho favorece a que o aluno construa a idéia de álgebra como uma linguagem para expressar regularidades, como no exemplo:

Observe as figuras da sucessão. Descubra uma expressão algébrica que representa o número de quadradinhos brancos da figura que ocupa a décima posição. Explique como você pensou para resolver.



Outro exemplo que permite aos alunos expressar e generalizar relações entre números é solicitar que adivinhem a regra para transformar números, inventada pelo professor, como: um aluno fala 5 e o professor responde 12, outro fala 3 e o professor 10, outro fala 15 e o professor responde 22. Os alunos devem descobrir que o número respondido é o pensado, acrescentado de 7 unidades, ou $y = x + 7$.

Ainda neste ano é recomendável a tradução de uma situação problema em linguagem algébrica, usando equações e a formulação de problemas a partir de uma dada equação do primeiro grau, compreendendo o significado da incógnita e da solução (raiz) de uma equação. O caminho inverso também é importante de ser percorrido: propor que os alunos inventem problemas cuja resolução é dada por meio de determinada equação. Mesmo sem o aluno conhecer as técnicas de resolução das equações é interessante que o professor estimule-os a resolvê-los. Este tipo de trabalho permite aos alunos experimentar soluções, analisá-las, ver se é compatível com a situação-problema, e leva à necessidade de aprimorar seus procedimentos de resolução.

Espaço e forma

Neste ano é importante explorar situações que envolvam a posição ou a movimentação de pessoas ou objetos, utilizando coordenadas cartesianas, usando números inteiros positivos e negativos. Quanto às figuras tridimensionais recomendam-se atividades que permitam quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides e estabelecer relações entre esses números e o número de lados do polígono da base dessas figuras, além de esboçar diferentes planificações de um cubo.

Com relação às figuras planas, sugerem-se atividades que explorem a composição e decomposição de figuras, como ladrilhamentos, tangrans, poliminós, que permitem aos alunos a descoberta de que toda figura poligonal pode ser composta/decomposta por outra e em particular por triângulos.

O trabalho com transformação de figuras inicia-se neste ano. As simetrias estão muito presentes no cotidiano, em inúmeros objetos físicos ocorrem aproximações de planos de simetria de reflexão. As atividades envolvendo rotação surgem em desenhos de flores, logotipos de empresas, desenhos de peças mecânicas que giram, copos, pratos, bordados, etc. As atividades com transformações de uma figura obtidas pela sua reflexão em reta, ou obtidas pela sua rotação, devem permitir o reconhecimento das características dessas transformações.

Sugere-se um trabalho exploratório com a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer. A partir de representações de vários triângulos de diversos tipos, em que os alunos medem os ângulos internos e fazem a soma e preenchem tabelas em que aparecem as medidas dos ângulos e a soma dos ângulos internos. A constatação de que a soma dos ângulos internos desses triângulos é de 180º, permitirá a observação de que essa propriedade é válida para qualquer triângulo.

Grandezas e medidas

O tema 'grandezas e medidas' dá oportunidade para abordar aspectos históricos da construção do conhecimento matemático e também para trabalhar com situações do cotidiano e de outras áreas do conhecimento.

As atividades de medidas de grandezas diversas, por meio de estimativas e aproximações permitem aos alunos tomar decisão quanto a resultados razoáveis dependendo da situação-problema.

Cabe destacar que nem sempre a medida de uma grandeza envolve uma comparação direta. As medidas de áreas e volumes, por exemplo, não se obtém por uma comparação direta, e sim pelo produto de medidas lineares (lados, arestas, etc.).

O trabalho com as conversões deve estar articulado às situações-problema que sejam significativas para os alunos e que envolvam unidades de medida adequadas à situação proposta.

Tratamento da informação

O trabalho com o tratamento da informação é ampliado neste ano na abordagem das situações, nos tipos de gráficos e tabelas, e ainda com relação aos campos numéricos utilizados. Sugere-se o trabalho com gráficos que envolvem situações que utilizem números positivos e negativos, como as de balança comercial, variações de saldos, etc.

Neste ano recomendam-se situações com dados apresentados de maneira organizada por meio de tabelas simples e de dupla entrada e por meio de gráficos de colunas, barras, setores e linha, em que os alunos devem interpretar essas informações e utilizá-las na resolução de uma situação-problema. Mas também se recomenda a construção de tabelas simples e de dupla entrada e de gráficos de colunas, de barras e de linhas, para apresentar dados coletados. Por último, sugere-se a produção de textos escritos, descrevendo e interpretando dados apresentados em tabelas simples ou de dupla entrada e em gráficos de colunas, de barras e de linhas.

4.1.3 Expectativas de aprendizagem para o terceiro ano do ciclo II do ensino fundamental

Explorando contextos do cotidiano, de outras áreas de conhecimento e da própria Matemática, por meio de práticas que podem articular-se em projetos, atividades seqüenciadas, atividades rotineiras e atividades ocasionais, abordando equilibradamente os diferentes blocos temáticos, espera-se que os estudantes sejam capazes de:		
Números	**M1**	Ampliar e relacionar os diferentes campos numéricos reconhecendo relações de pertinência (entre um número e um conjunto numérico) e de inclusão (entre conjuntos numéricos).
	M2	Conhecer as regras utilizadas na notação científica e utilizá-las para leitura de informações.
Operações	**M3**	Analisar, interpretar, formular e resolver situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações, envolvendo números naturais, inteiros e racionais.
	M4	Identificar em situações-problema grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais, ou nem diretamente nem inversamente proporcionais.
	M5	Resolver situações problema que incluem grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais por meio de estratégias variadas (incluindo a regra de três).
	M6	Resolver situações problema que abrangem o cálculo de juros simples e utilizar porcentagem para cálculo de descontos e de acréscimos simples, fazendo uso da calculadora.
Álgebra	**M7**	Produzir e interpretar escritas algébricas, em situações que envolvem generalização de propriedades, incógnitas, fórmulas, relações numéricas e padrões.
	M8	Construir procedimentos para calcular o valor numérico e efetuar operações com expressões algébricas, utilizando as propriedades conhecidas, em situações - problema.
	M9	Traduzir situações-problema por equações do primeiro grau, utilizando as propriedades da igualdade, na construção de procedimentos para resolvê-las, discutindo o significado das soluções (raízes) encontradas em confronto com a situação proposta.
	M10	Traduzir situações-problema por inequações do primeiro grau, utilizando as propriedades da desigualdade, na construção de procedimentos para resolvê-las, discutindo o significado das soluções (raízes) encontradas em confronto com a situação proposta.
	M11	Traduzir situações-problema por sistemas de equações do primeiro grau, utilizando métodos como o da adição e da substituição para resolvê-los, discutindo o significado das soluções (raízes) encontradas, em confronto com a situação proposta.
Espaço e Forma	**M12**	Representar diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecer figura representada por diferentes vistas.
	M13	Obter seções de figuras tridimensionais por um plano e analisar as figuras obtidas.
	M14	Analisar, em poliedros, a posição relativa de duas arestas (paralelas, perpendiculares, reversas) e de duas faces (paralelas, perpendiculares).
	M15	Explorar propriedades como as referentes às alturas e medianas de um triângulo.
	M16	Resolver situações-problema que abrangem propriedades dos quadriláteros.
	M17	Construir procedimentos para calcular o número de diagonais de um polígono pela observação de regularidades existentes entre o número de lados e o de diagonais.
	M18	Identificar as transformações de uma figura obtidas pela sua translação, identificando características dessa transformação (em relação ás medidas dos lados, dos ângulos, da superfície da figura).
	M19	Identificar ângulos congruentes, complementares e suplementares em feixes de retas paralelas cortadas por retas transversais, reconhecendo propriedades e utilizando-as para resolver situações - problema.
	M20	Resolver situações-problema que incluem a obtenção da bissetriz de um ângulo e a construção de alguns ângulos (90º, 45º, 60º, e 30º), fazendo uso de instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor.
	M21	Resolver situações-problema que abrangem a obtenção da mediatriz de um segmento, de um segmento de reta paralelo ou perpendicular a outro segmento de reta dado, fazendo uso de instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor.
	M22	Explorar a congruência de figuras planas, em situações problema, a partir da análise de reflexões em retas, rotações e translações.
	M23	Determinar a soma dos ângulos internos de um polígono convexo qualquer.

Grandezas e Medidas	**M24**	Calcular a área de superfícies planas delimitada por um paralelogramo, um triângulo, um losango e um trapézio, por meio da utilização de fórmulas.
	M25	Construir procedimentos para medir grandezas que são determinadas pela relação de duas outras (como velocidade, densidade) e utilizá-los para resolver situações-problema.
	M26	Resolver situações-problema utilizando noções de escala e analisar plantas e mapas, identificando as escalas utilizadas.
Tratamento da Informação	**M27**	Ler, interpretar dados expressos em gráficos setores.
	M28	Construir gráficos de setores e utilizá-los em situações-problema.
	M29	Compreender termos como freqüência, freqüência relativa, amostra de uma população para interpretar informações de uma pesquisa.
	M30	Produzir textos escritos a partir da interpretação de dados estatísticos.
	M31	Resolver situações-problema que incluem contagem, por meio de estratégias variadas, como a construção de diagramas, tabelas e esquemas sem a aplicação de fórmulas.
	M32	Resolver situações-problema que abrangem a construção de espaços amostrais e indicação da possibilidade de sucesso de um evento, pelo uso de porcentagens.

Comentários sobre o trabalho com essas expectativas:

Números

Neste ano, recomendam-se atividades que permitam ampliar e relacionar os diferentes campos numéricos reconhecendo relações de pertinência (entre um número e um conjunto numérico) e de inclusão (entre conjuntos numéricos). Além disso, o trabalho com o SND pode levar os alunos a conhecer as regras da notação científica e utilizá-las para leitura de informações.

Operações

Sugerem-se ampliação do trabalho com análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, com compreensão dos diferentes significados das operações, envolvendo números naturais, inteiros e racionais.

Álgebra

A respeito do ensino da álgebra, estudos mostram a importância de propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo enfatizando apenas “manipulações” com expressões e equações de uma forma mecânica. Dessa forma, é recomendável desenvolver atividades exploratórias e investigativas que permitam aos alunos produzir e interpretar escritas algébricas, em situações que envolvem generalização de propriedades, incógnitas, fórmulas, relações numéricas e padrões. Mas, também é importante que os alunos construam procedimentos para calcular o valor numérico e efetuem operações com expressões algébricas, utilizando as propriedades conhecidas, em situações-problema sem ênfase exagerada com as manipulações de expressões algébricas.

Além disso, é interessante explorar diversos tipos de situações-problema que permitam a tradução por equações, inequações e sistemas de equações do primeiro grau. Esse trabalho permite o desenvolvimento de procedimentos para resolução de equações e inequações algébricas utilizando as propriedades da igualdade (ou da desigualdade), discutindo o significado das soluções (raízes) encontradas em confronto com a situação proposta. Permite ainda o desenvolvimento de métodos como o da adição e da substituição para resolver os sistemas de equação de primeiro grau, discutindo o significado das soluções (raízes) encontradas, em confronto com a situação proposta.

Espaço e forma

O trabalho com as figuras tridimensionais é ampliado neste ano com o estudo das diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e o reconhecimento de figuras formadas por essas vistas. Além disso, é interessante explorar seções de figuras tridimensionais por um plano e analisar as figuras obtidas, além de analisar, em poliedros, a posição relativa de duas arestas (paralelas, perpendiculares, reversas) e de duas faces (paralelas, perpendiculares).

Com relação às figuras planas, sugere-se explorar propriedades referentes às alturas e medianas de um triângulo e algumas propriedades dos quadriláteros.

Uma conexão com a álgebra é recomendada quando se trabalha com atividades que permitem construir procedimentos para calcular o número de diagonais de um polígono pela observação de regularidades existentes entre o número de lados e o de diagonais. O cálculo dos ângulos internos de um polígono convexo qualquer também envolve conexões com a álgebra, na medida em que os alunos observam regularidades, analisam e generalizam a “fórmula” para o cálculo da soma dos ângulos internos de um polígono qualquer.

As atividades com transformações geométricas são ampliadas, com as translações e a identificação de características dessa transformação em relação às medidas dos lados, dos ângulos, da superfície da figura. O estudo das transformações isométricas (reflexão em reta, translação ou rotação) que conservam comprimentos, ângulos e ordem de pontos alinhados pode ser ponto de partida para a exploração das noções de congruência e também para a compreensão das propriedades destas.

O uso de instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor pode ser ampliado na resolução de situações-problema, que envolvam a obtenção da mediatriz de um segmento de reta paralelo ou perpendicular a outro segmento de reta dado, ou ainda a obtenção da bissetriz de um ângulo e a construção de alguns ângulos (90º, 45º, 60º, e 30º).

A exploração das medidas de ângulos formados por feixe de paralelas cortados por transversais leva à identificação de ângulos congruentes, complementares e suplementares e ao reconhecimento de suas propriedades.

Grandezas e medidas

O trabalho com áreas realizado nos anos anteriores não diz respeito à obtenção e emprego de fórmulas mecanicamente, mas apoiou-se em procedimentos que favoreceram a compreensão das noções envolvidas, como obter a área pela composição e decomposição de figuras cuja área já sabiam calcular (recortes e sobreposição de figuras) por procedimentos de contagem (papel quadriculado, ladrilhamento), por estimativas e aproximações. Neste ano, sugere-se calcular a área de superfícies planas delimitada por um paralelogramo, um triângulo, um losango e um trapézio, por meio da utilização de fórmulas.

A realização de atividades envolvendo noções de escala na análise de plantas e mapas também é importante neste ano.

Recomenda-se ainda a construção de procedimentos para medir grandezas que são determinadas pela relação de duas outras (como velocidade, densidade) e sua utilização para resolver situações-problema.

Tratamento da informação

Neste ano, o foco é a interpretação e a construção de gráficos de setores. Além disso, os alunos terão oportunidade de construir o conceito de amostra quando discutem a possibilidade de fazer um recenseamento ou não com toda a população a ser pesquisada e de tomar decisões para indicar os critérios de escolha da amostra. É importante ainda compreender termos como freqüência e freqüência relativa quando há informações de uma pesquisa. A produção de textos escritos que descrevem resultados e análises de gráficos e tabelas não deve ser abandonada neste ano.

A análise de situações-problema que incluem contagem, por meio de estratégias variadas, como a construção de diagramas, tabelas e esquemas sem a aplicação de fórmulas deve ser ampliada, além da construção de espaços amostrais e indicação da possibilidade de sucesso de um evento pelo uso de porcentagens.

4.1.4 Expectativas de aprendizagem para o quarto ano do ciclo II do ensino fundamental

Explorando contextos do cotidiano, de outras áreas de conhecimento e da própria Matemática, por meio de práticas que podem articular-se em projetos, atividades seqüenciadas, atividades rotineiras e atividades ocasionais, abordando equilibradamente os diferentes blocos temáticos, espera-se que os estudantes sejam capazes de:		
Números	**M1**	Reconhecer números racionais e utilizar procedimentos para identificar a fração geratriz de uma dízima periódica.
	M2	Constatar que existem situações-problema, em particular algumas vinculadas à geometria e medidas, cujas soluções não são dadas por números racionais (caso do π, da $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, etc.).
	M3	Reconhecer um número irracional como um número de representação decimal infinita e não periódica.
	M4	Localizar alguns números irracionais na reta numérica.
	M5	Ampliar e relacionar os diferentes campos numéricos, reconhecendo o conjunto dos números reais como conjunto reunião dos números racionais e irracionais.
Operações	**M6**	Analisar, interpretar, formular e resolver situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações, incluindo números reais.
	M7	Construir procedimentos de cálculo com números irracionais e usar a calculadora para realizar cálculos por aproximações racionais.
	M8	Resolver situações-problema que abrangem juros simples.
Álgebra	**M9**	Construir procedimentos de cálculo para operar com frações algébricas, estabelecendo analogias com procedimentos numéricos.
	M10	Resolver situações-problema por meio de uma equação do segundo grau, discutindo o significado das soluções (raízes), em confronto com a situação proposta.
	M11	Resolver situações-problema quem incluam sistemas de equações.
	M12	Compreender e identificar a variação de grandezas, em situações do cotidiano.
	M13	Representar a variação de duas grandezas em um sistema de eixos cartesianos.
	M14	Analisar as variações do perímetro e da área de uma figura quadrado em relação à variação da medida do lado e construir gráficos cartesianos para representar essas interdependências.
Espaço e forma	**M15**	Fazer verificações experimentais, formular conjecturas e utilizar o Teorema de Pitágoras, em situações-problema.
	M16	Fazer verificações experimentais, formular conjecturas e utilizar o teorema de Tales, em situações-problema.
	M17	Resolver situações-problema que abranjam a divisão de segmentos de reta em partes proporcionais.
	M18	Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.
	M19	Utilizar a noção de congruência de figuras planas na resolução de situações-problema.
	M20	Explorar a ampliação e redução de figuras no plano, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro).
	M21	Utilizar a noção de semelhança de figuras planas na resolução de situações-problema.
	M22	Resolver situações-problema que incluam o cálculo de medidas de triângulos semelhantes.
	M23	Identificar as relações métricas no triângulo retângulo e utilizá-las na resolução de problemas.
Grandezas e medidas	**M24**	Construir procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas (limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência), em situações-problema.
	M25	Resolver situações-problema que incluam o cálculo da área total de cubos, paralelepípedos e pirâmides.
	M26	Resolver situações-problema que abrangemo cálculo de volumes de cubos e paralelepípedos, a partir de suas medidas.
	M27	Estabelecer a relação entre a medida da diagonal e a medida do lado de um quadrado.
	M28	Estabelecer a relação entre a medida do perímetro e do diâmetro de um círculo.
Tratamento da informação	**M29**	Resolver situações-problema que incluam o uso do princípio multiplicativo da contagem, sem a aplicação de fórmulas.
	M30	Resolver situações-problema que incluam noções de amostra de uma população, freqüência e freqüência relativa.
	M31	Resolver situações-problema que abranjam noções e cálculos de média aritmética e moda.
	M32	Resolver situações-problema que incluam noções de espaço amostral e de probabilidade de um evento.

Comentários sobre o trabalho com essas expectativas:

Números

Nas abordagens mais tradicionais de ensino de Matemática, o estudo dos números irracionais limita-se quase que exclusivamente ao ensino do cálculo com radicais, pouco contribuindo para que os alunos possam construir o conceito de número irracional. A idéia de número irracional não é intuitiva, talvez pela inexistência de modelos materiais que exemplifiquem esses números, ou ainda pela percepção da densidade do conjunto dos números racionais (entre dois racionais há uma infinidade de racionais). Assim, sugere-se o estudo desses números por meio de situações-problema que evidenciem a necessidade de outros números além dos racionais.

É importante que os alunos reconheçam um número irracional como um número de representação decimal infinita e não periódica, utilizem procedimentos para identificar a fração geratriz de uma dízima periódica e localizem alguns números irracionais na reta numérica.

É recomendável ampliar e relacionar os diferentes campos numéricos, reconhecendo o conjunto dos números reais como conjunto reunião dos números racionais e irracionais.

Operações

No ano final do ciclo II do ensino fundamental, é importante que os alunos tenham oportunidades de continuar analisando, interpretando, formulando e resolvendo situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações, que incluem números naturais, inteiros e racionais.

Com relação ao cálculo com números irracionais, a idéia é de efetuá-lo com os números irracionais por meio de aproximações aos racionais. Nesses casos apresenta-se uma situação apropriada para tratar o conceito de arredondamento e utilizar as calculadoras.

Álgebra

É importante lembrar que existe um razoável consenso de que para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da álgebra.

Dessa forma, é importante desenvolver procedimentos de cálculo algébrico, neste ano enfocando as frações algébricas, mas também procedimentos de resolução de equação de 2º grau e sistemas de equação, discutindo o significado das soluções (raízes), em confronto com a situação proposta. No cálculo com frações algébricas sugere-se estabelecer analogias com procedimentos numéricos. Recomenda-se ainda que os contextos dos problemas sejam diversificados para que os alunos tenham oportunidade de construir a “sintaxe” das representações algébricas, traduzir as situações por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis), e construir as “regras” para resolução de equações.

A introdução de variáveis para representar relações funcionais em situações-problema concretas permite que o aluno veja uma outra função para as letras ao identificá-las como números de um conjunto numérico, úteis para representar generalizações. A compreensão e identificação da variação de grandezas, em situações do cotidiano, além da representação em um sistema de eixos cartesianos fornece excelentes contextos para desenvolver a noção de função. Uma aplicação interessante refere-se à análise das variações do perímetro e da área de uma figura quadrada em relação à variação da medida do lado e à construção de gráficos cartesianos para representar essas interdependências.

Espaço e forma

Neste ano é importante a exploração por meio de verificações experimentais de algumas proposições ou teoremas, como o teorema de Pitágoras e o teorema de Tales, trabalho este que permite aos alunos formular conjecturas, argumentar, pôr a prova, comunicar resultados e utilizá-los em situações-problema.

As transformações geométricas (reflexões em reta simetria axial-, rotações e translações) podem ser exploradas em ornamentos no plano. O estudo das transformações que incluem a ampliação e redução de figuras, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro) é o ponto de partida para a construção do conceito de semelhanças. Essa noção pode ser ampliada com a resolução de situações-problema que abranjam o cálculo de medidas de triângulos semelhantes e a identificação de relações métricas no triângulo retângulo.

A utilização de instrumentos de desenho régua e compasso em atividades como da divisão de segmentos em partes proporcionais é uma das possibilidades de trabalho, além da construção de retas paralelas e retas perpendiculares.

Grandezas e medidas

O trabalho com grandezas e medidas, neste ano pressupõe a obtenção de medidas por intermédio de diferentes instrumentos, a construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas (limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência), a resolução de problemas que incluam o cálculo da área total de cubos, paralelepípedos e pirâmides e o cálculo de volumes de cubos e paralelepípedos, a partir de suas medidas. Além disso, é importante explorar a relação entre a medida da diagonal e a do lado de um quadrado e entre a medida do perímetro e do diâmetro de um círculo.

Tratamento da informação

Para ampliar a análise dos dados estatísticos, neste ano, é importante desenvolver noções de amostra de uma população, freqüência e freqüência relativa e fazer resumos estatísticos que possibilitem interpretar resultados dando significado às medidas de tendência central de uma pesquisa, ou seja, a média, a moda e a mediana.

A exploração dos problemas de contagem deve ajudar o aluno a compreender o princípio multiplicativo. O emprego de problemas abrangendo combinatória possibilita ao aluno desenvolver procedimentos básicos de contagem organizando dados em tabelas, gráficos e diagramas. A noção de probabilidade pode ser explorada de maneira informal, por meio de investigações que levem os alunos a fazer algumas previsões a respeito do sucesso de um evento.

EMEF Pedro Aleixo - Foto Neila Gomes

PARTE 5

5.1 Orientações metodológicas e didáticas para pôr em prática as expectativas de aprendizagem

5.1.1 Diagnóstico e ajustes

Como se sabe, a avaliação da aprendizagem permite analisar em que medida o ensino está atingindo seus objetivos, além de oferecer informações sobre o funcionamento das situações didáticas e reorientar o ensino, fazendo os ajustes necessários para avançar e para se atingir os objetivos previstos. Numa proposta curricular orientada por expectativas de aprendizagem, como a deste documento, essas expectativas ajudam no acompanhamento e na avaliação de desempenho dos alunos, pois descrevem o que os alunos devem aprender.

Certamente, no período inicial de implantação adoção das *Orientações curriculares e proposição de expectativas de aprendizagem para o ensino fundamental - ciclo II*, será necessário que a escola leve em consideração o fato de que os estudantes não tiveram como referência, nos anos anteriores, as expectativas previstas nesse documento. Portanto, ajustes devem ser realizados de modo a adequar o programa e as expectativas de aprendizagem à realidade local.

5.1.2 Planejamento da organização dos conteúdos

Um dos desafios do trabalho do professor é a definição do tempo necessário para o trabalho com os diferentes temas ao longo do ano. Nesse sentido o planejamento não pode ficar restrito ao momento do início do ano letivo, quando o professor constrói um primeiro "esboço" das trajetórias de aprendizagem que percorrerá com seus alunos. Nesse plano inicial, o professor se baseia em seus objetivos de aprendizagem, nos conhecimentos prévios que considera que seus alunos já construíram e elabora sua proposta de trabalho, que, certamente, deverá ser ajustada ao longo do percurso.

As expectativas de aprendizagem que se espera que os estudantes devam atingir são uma referência fundamental no planejamento de cada professor. Elas devem ser organizadas por bimestre com a preocupação de ir trabalhando de forma equilibrada e articulada os diferentes blocos de conteúdos ao longo do ano.

Nos quadros abaixo são apresentados exemplos de planejamento, com a distribuição das expectativas de aprendizagem. É interessante que a equipe escolar e os professores de Matemática que trabalham numa mesma escola, discutam sobre essa organização, não com perspectiva de uniformização total mas, especialmente no sentido de organizar projetos comuns entre turmas do mesmo ano de escolaridade que possam se beneficiar mutuamente e de possibilitar o acompanhamento e a avaliação do trabalho desenvolvido.

Distribuição bimestral das expectativas de aprendizagem de 1º ano do ciclo II

	Números	Operações	Espaço e forma	Grandezas e medidas	Tratamento da informação
Primeiro bimestre	M1	M9	M16	M22	M29
	M2	M10	M17	-	-
Segundo bimestre	M3	M11	M18	M23	M30
	M4	M12	-	M24	-
Terceiro bimestre	M5	M14	M19	M25	M31
	M6	M14	-	M26	-
Quarto bimestre	M7	M15	M20	M27	M32
	M8	-	M21	M28	-

Distribuição bimestral das expectativas de aprendizagem de 2º ano do ciclo II

	Números	Operações	Álgebra	Espaço e forma	Grandezas e medidas	Tratamento da informação
Primeiro bimestre	M1	M4		M14	M22	M27
	M2	M5		M15	-	-
Segundo bimestre	M3	M6		M16	M23	M28
	-	M7		M17	M24	-
Terceiro bimestre	-	M8	M12	M18	M25	M29
	-	M9	-	M19	-	M30
Quarto bimestre	-	M10	M13	M20	M26	M31
	-	M11	-	M21	-	M32

Distribuição bimestral das expectativas de aprendizagem de 3º ano do ciclo II

	Números	Operações	Álgebra	Espaço e forma	Grandezas e medidas	Tratamento da informação
Primeiro bimestre	M1	M3	M7	M12	M24	M27
	-	-	-	M13	-	
	-	-	-	M14	-	
Segundo bimestre	M2	M4	M8	M15	M25	M28
	-	-	-	M16	-	-
	-	-	-	M17	-	-
Terceiro bimestre	-	M5	M9	M18	M26	M29
	-	-	-	M19	-	M30
	-	-	-	M20	-	-
Quarto bimestre	-	M6	M10	M21	-	M31
	-	-	M11	M22	-	M32
	-	-		M23	-	-

Distribuição bimestral das expectativas de aprendizagem de 4º ano do ciclo II

	Números	Operações	Álgebra	Espaço e forma	Grandezas e medidas	Tratamento da informação
Primeiro bimestre	M1	M6	M9	M15	M24	M29
	M2	-	-	M16	-	-
	-	-	-	-	-	-
Segundo bimestre	M3	M7	M10	M17	M25	M30
	-	-	-	M18	-	-
	-	-	-	M19	-	-
Terceiro bimestre	M4	M8	M11	M20	M26	M31
	-	-	M12	M21	-	-
	-	-	-	-	-	-
Quarto bimestre	M5	-	M13	M22	M27	M32
	-	-	M14	M23	M28	-
	-	-	-	-	-	-

5.1.3 Questões de natureza metodológica

Planejada a trajetória de aprendizagens que se pretende trilhar, é fundamental refletir sobre que propostas metodológicas são as mais interessantes para a área de Matemática, e que permitam romper o tradicional esquema de apresentação do conteúdo pelo professor, com apresentação de modelos e regras, seguindo-se uma extensa lista de exercícios repetitivos e pouco desafiadores.

As investigações sobre esse assunto, desenvolvidas ao longo das últimas décadas, apontam algumas possibilidades interessantes para um trabalho mais rico, contextualizado e significativo nas aulas de Matemática, como por exemplo: a perspectiva da resolução de problemas e as investigações nessas aulas, o recurso à história da Matemática e à Etnomatemática, o uso de recursos tecnológicos como calculadoras, *softwares*, vídeos, Internet e a leitura e escrita nas aulas de Matemática, que serão abordadas na seqüência:

5.1.3.1 Resolução de problemas

A "Resolução de Problemas" vem se consolidando como um eixo importante no processo de ensino e aprendizagem em Matemática, em que conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de situações em que os alunos precisam desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las. Vários autores destacam que um problema se diferencia de um exercício na medida em que, neste último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata, à solução.

Assim, é possível que uma mesma situação represente problema para uma pessoa enquanto que para outra, ele não existe, ou porque ela não se interessa pela situação ou porque tem mecanismos para resolvê-la com um investimento mínimo de recursos cognitivos, reduzindo-a a um simples exercício.

Na medida em que se apresentam situações mais abertas ou novas, a solução de problemas representa para o aluno uma demanda cognitiva e motivacional maior do que a execução de exercícios; isso faz com que muitas vezes, os alunos não habituados a resolver problemas se mostram inicialmente reticentes e procuram resolvê-los por meio de estratégias conhecidas, mesmo que não sejam pertinentes.

Assim, a resolução de problemas deveria ser mais freqüente nas aulas de Matemática, uma verdadeira orientação para a aprendizagem, proporcionando os contextos com os quais se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. Ela não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo, como curiosidade, nem como mera "aplicação" de conceitos ou procedimentos, mecanicamente.

Para que haja a solução de um problema, é necessária a compreensão da tarefa, a elaboração de um plano que conduza à meta a ser alcançada, à execução desse plano e, por último, uma análise ou verificação que nos permita identificar se atingimos ou não o objetivo proposto. E esses procedimentos precisam ser discutidos com os alunos. Eles devem compreender, por exemplo, que para que haja a compreensão de um problema, é necessária a percepção das dificuldades e dos obstáculos apresentados e também a vontade de superação deles.

É interessante destacar que o fato de o aluno ser estimulado a questionar sua resposta ou o problema proposto, a transformar um problema numa fonte de novos problemas, a formular hipóteses a partir de determinadas informações e a analisar problemas abertos, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem que não se dá pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos.

As situações-problema apresentadas aos alunos devem ser variadas para que não se constitua a idéia de que somente é possível resolver problemas quando se tem um modelo de resolução já conhecido. Diferentes características das situações-problema precisam, portanto, ser observadas, como por exemplo:

a) Quanto ao número de soluções

Problemas com mais de uma solução

Esse tipo de problema rompe com a crença de que todo problema tem uma única resposta, e também, de que há sempre uma maneira certa de resolvê-lo ou que, mesmo quando há várias soluções, apenas uma delas é a correta. O trabalho com problemas com duas ou mais soluções faz com que o aluno perceba que resolvê-los é um processo de investigação do qual participa como produtor de seu próprio conhecimento.

Problemas sem solução

Trabalhar com esse tipo de problema pode ajudar a romper com a concepção de que todo problema tem solução. Além disso, ajuda a desenvolver no aluno as capacidades de analisar, levantar hipóteses, duvidar.

Problemas com apenas uma solução

Esse tipo é o mais comum e geralmente todos os dados estão expressos no enunciado. Cabe ao aluno, identificar estratégias para sua resolução e validar sua resposta. Devem ser trabalhados, mas não exclusivamente.

b) Quanto ao enunciado e à oferta de dados

Problemas com mais dados que os necessários

Nesses problemas, nem todas as informações disponíveis no texto são usadas em sua resolução. Trabalhar com eles rompe com a crença de que um problema não pode permitir dúvidas e de que todos os dados do texto são necessários para sua resolução. Além disso, permite ao aluno selecionar os dados relevantes para sua resolução. Esse tipo de problema aproxima-se de situações cotidianas, que, na maioria das vezes, apresentam informações supérfluas que devem ser identificadas e descartadas. Para trabalhar com esse tipo de problema, o professor pode acrescentar dados numéricos ou não a um problema e explorar esse novo texto. Algumas fontes, como tabelas, artigos de jornais ou revistas, anúncios de vendas e gráficos, podem ser usadas para organizar e comunicar informações que envolvem muitos dados numéricos e por isso, permitem a formulação de perguntas que requerem a seleção de alguns dos vários dados para a obtenção da resposta.

Problemas em que faltam dados

Nesses problemas, as informações disponíveis no texto não permitem a sua resolução. Trabalhar com eles também rompe a crença de que um problema tem sempre solução. Leva o aluno a refletir sobre os dados apresentados e a identificar os que faltam para sua resolução.

Problemas que contêm exatamente os dados que serão utilizados.

Estes são os problemas mais comuns nas aulas de Matemática. Neles, todos os dados apresentados no texto são usados para sua resolução. Os enunciados são padronizados de modo a que a "pergunta" sempre aparece no final do texto. Muitas vezes acabam levando o aluno a acreditar que não é necessário ler o texto do problema integralmente mas, apenas usar os dados numéricos fornecidos.

c) Quanto aos temas matemáticos

Os problemas desenvolvidos nas aulas devem envolver temas matemáticos diversos, não se restringindo apenas aos relativos à aritmética. Conteúdos matemáticos, como a álgebra, a geometria, as medidas, o tratamento da informação também devem ser desenvolvidos por meio da resolução de problemas.

A título de exemplificação, vamos analisar alguns enunciados e suas características.

Problema 1

Laura está na padaria para comprar algumas coisas para um lanche com suas amigas. Ela marcou na tabela de preços com um X, o que vão comprar. Ela tem R$ 8,00 na carteira. Você acha que vai ser possível realizar a compra. Explique.

Leite (1l)	R$ 0,99	
Refrigerante (2l)	R$ 2,38	X
Pão de fôrma	R$ 2,89	X
Presunto (100 g)	R$ 1,09	X
Queijo (100 g)	R$ 0,98	X
Achocolatado em pó (lata pequena)	R$ 2,52	
Pacote de biscoito	R$ 2,25	X
Pão francês (unidade)	R$ 0,18	
Bolo de fubá	R$ 3,50	

Características

Quanto ao número de soluções	Com uma única solução
Quanto ao enunciado	Contém mais dados do que aqueles que serão utilizados
Quanto ao tema matemático	Aritmética

Problema 2

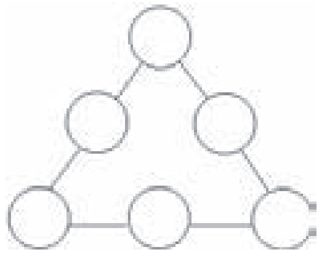
Sílvio ganha R$ 520,00 por mês. Ontem ele ficou sabendo que vai ter um aumento de 10%. Quanto ele vai passar a ganhar?

Características

Quanto ao número de soluções	Com uma única solução
Quanto ao enunciado	Contém exatamente os dados que serão utilizados
Quanto ao tema matemático	Aritmética

Problema 3

Escreva os números de 1 a 6 no desenho abaixo, de tal modo que a soma dos números em cada lado do triângulo seja igual.



Características

Quanto ao número de soluções	Com mais de uma solução
Quanto ao enunciado	Contém exatamente os dados que serão utilizados
Quanto ao tema matemático	Aritmética

Problema 4

Leia com atenção e responda se puder.

Um avião de prefixo PT 357 vai levar passageiros de Cruz do Oeste a Mar Azul. O número do vôo é 3456 e a capacidade é de 30 passageiros. Ele sairá de Cruz do Oeste às 19 horas e 20 minutos e o vôo deve demorar 1 hora e 50 minutos. A que horas ele vai chegar em Mar Azul? E qual é a idade do comandante do vôo, que se chama José Luís?

Características

	Primeira pergunta	Segunda pergunta
Quanto ao número de soluções	Com uma única solução	Sem solução
Quanto ao enunciado	Contém mais dados do que os que serão utilizados	Não contém todos os dados necessários
Quanto ao tema matemático	Aritmética	Lógica

Problema 5

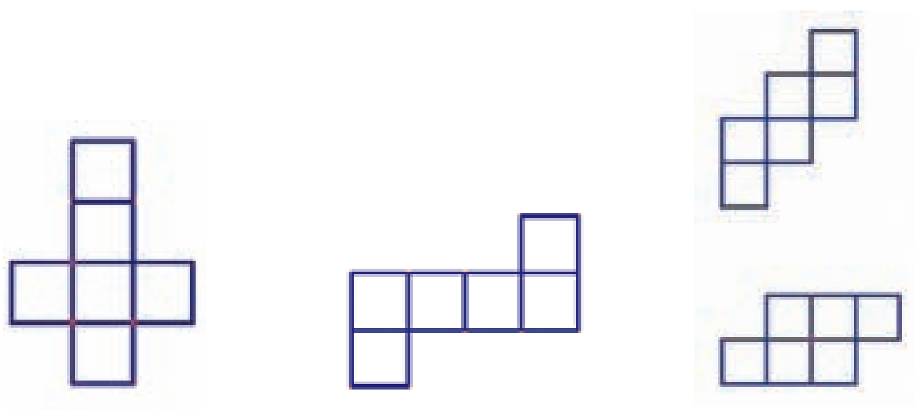
No quarto de Luana e suas irmãs, três camas ficam com a cabeceira encostada em uma das paredes, outras três ficam com a cabeceira encostada na parede em frente. Uma cama fica encostada sozinha na parede em que está a porta. Na outra parede fica um armário enorme. Faça um desenho desse quarto.

Características

Quanto ao número de soluções	Com mais de uma solução
Quanto ao enunciado	Contém exatamente os dados que serão utilizados
Quanto ao tema matemático	Geométrico

Problema 6

Amélia tem quatro moldes de cartolina. Pinte aquele ou aqueles com os quais ela pode montar um cubo.



Características

Quanto ao número de soluções	Com uma única solução
Quanto ao enunciado	Contém exatamente os dados que serão utilizados
Quanto ao tema matemático	Geométrico

Problema 7

Antonio tem 2 calças de cores diferentes e 3 camisas também de cores diferentes. Você sabe calcular de quantos modos diferentes Antonio pode se vestir? Explique sua resposta.

Características

Quanto ao número de soluções	Com uma única solução
Quanto ao enunciado	Contém exatamente os dados que serão utilizados
Quanto ao tema matemático	Combinatória

Problema 8

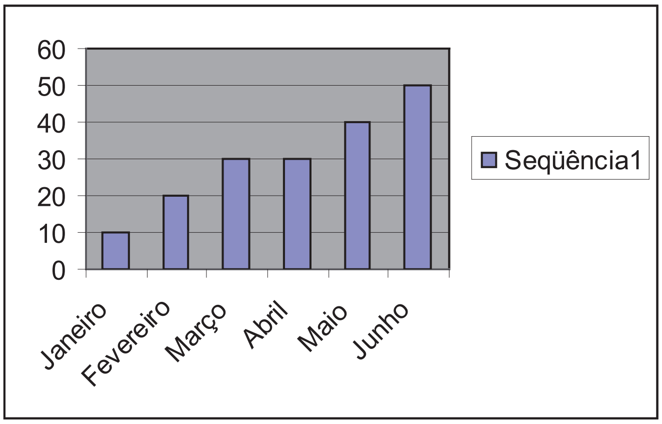
No lançamento de um dado, qual a probabilidade de se obter, na face voltada para cima, um número de pontos menor que cinco?

Características

Quanto ao número de soluções	Com uma única solução
Quanto ao enunciado	Contém exatamente os dados que serão utilizados
Quanto ao tema matemático	Probabilidade

Problema 9

O Gráfico mostra as vendas de televisores em uma loja:



Quantos televisores foram vendidos neste período?

Características

Quanto ao número de soluções	Com uma única solução
Quanto ao enunciado	Contém exatamente os dados que serão utilizados
Quanto ao tema matemático	Estatística: interpretação de gráficos

5.1.3.2 Investigações na sala de aula

Uma outra abordagem metodológica muito próximo à resolução de problemas são as “investigações”. Alguns autores, ao procurar clarificar o que entendem por uma investigação, salientam que ela constitui uma situação aberta, cuja exploração não tem como objetivo chegar à resposta certa, pelo contrário, “o objetivo é a viagem, não o destino”. Nas investigações a situação a ser trabalhada é mais aberta do que na metodologia de “resolução de problemas”.

A realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais: reconhecimento da situação, formulação de conjecturas, realização de testes; e argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado.

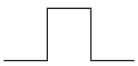
Vejamos alguns exemplos de investigações e a solução dada por alguns alunos do ensino fundamental[4]:

Prezado aluno

Leia com atenção e depois produza suas próprias respostas. O mais importante é o seu raciocínio e não apenas a resposta. Por isso, gostaria que você descrevesse como chegou à resposta e não apagasse os rascunhos.

Atividade1: As portas

Pretende-se construir “portas” com palitos. É possível construir uma “porta” com 5 palitos. Veja só:

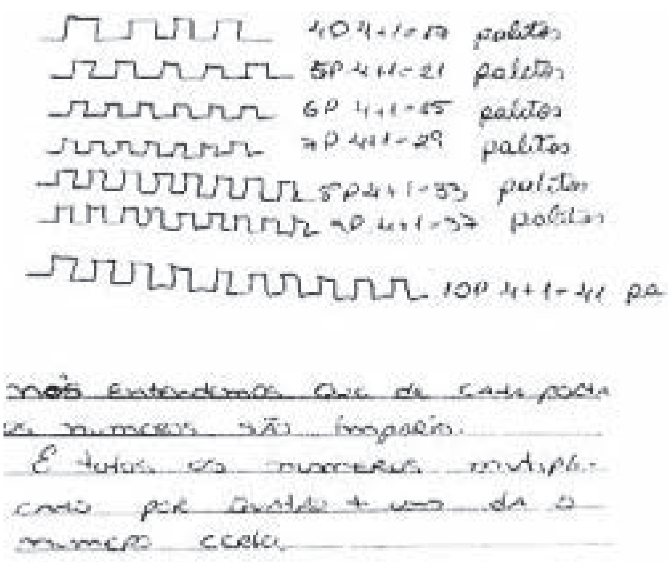


É possível construir duas “portas” com 9 palitos. Observe:

É possível construir três “portas” com 13 palitos:

a) Quantos palitos são necessários para construir dez “portas”.

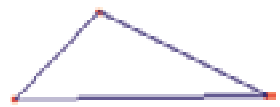
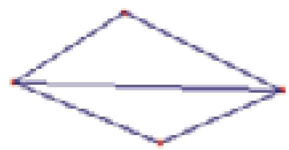
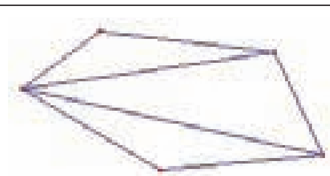
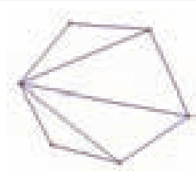
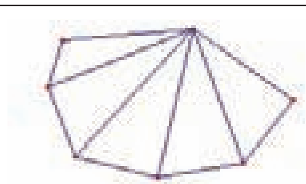
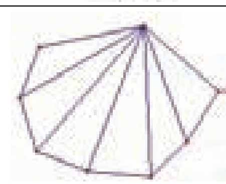
b) E em geral? Não seria melhor reformular esta pergunta se a idéia é fazer com que o aluno descubra uma lei de formação para situações como esta?



4 Atividades propostas pela Profa. Mari Emilia dos Santos Calhau, em escola da rede municipal de ensino

Atividade 2: Ângulos de um polígono

Já sabemos que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180º. Lembrando disso, é possível determinar a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono qualquer. Basta decompor o polígono em triângulos. Veja só:

Polígono	Número mínimo de triângulos	Desenho	Soma da medida dos ângulos internos
Triângulo	1		180º
Quadrilátero	2		360º
Pentágono	3		540º
Hexágono	4		720º
Heptágono	5		900º
Octógono	6		1080º

Agora pense e responda:

a) *Quanto é a soma das medidas dos ângulos internos de um dodecágono, que é um polígono de 12 lados?*

b) *E de um pentadecágono, que é um polígono de 15 lados?*

c) *E em geral? É possível pensar numa "fórmula" para resolver situações como a das questões anteriores?*

5.1.3.3 O recurso à história da Matemática e à Etnomatemática.

Diferentes autores defendem a abordagem histórica de alguns conhecimentos matemáticos como uma componente necessária para uma melhor compreensão desses conhecimentos. Quando se estuda a história da Matemática, ela vem como a possibilidade de recuperação dos processos utilizados pelo homem para descobrir a solução de problemas, constituindo-se assim em mais um recurso para abordagem de conteúdos matemáticos.

No entanto, é preciso alguns cuidados. Utilizar a história de forma unicamente narrativa focalizando fatos pitorescos, nomes e datas, pode não trazer contribuições significativas para a construção de conhecimentos pelo aluno e pode, ainda, contribuir para a constituição de uma visão de Matemática pouco interessante: ele pode entende-la como uma ciência quase auto-suficiente, pronta e acabada e acreditar que existem duas categorias de pessoas, aquelas que a dominam e ensinam e as que apenas podem ser "instruídas" sobre algumas idéias matemáticas elementares.

Mas, se por outro lado, por meio de uma abordagem histórica, os estudantes passarem a ver a Matemática como uma das muitas formas de conhecimento, ou ainda como um tipo de manifestação cultural ou atividade humana mais geral, então, a história desse conhecimento reveste-se de significado e estudar a história da Matemática é uma forma de entender melhor as relações do homem com o conhecimento matemático dentro de um certo contexto cultural.

Algumas experiências de uso da história da Matemática em turmas de ensino fundamental revelam que ele pode aumentar a motivação para a aprendizagem, dando uma face humana à Matemática, mostrando como as idéias matemáticas se desenvolvem e modificando a percepção dos alunos sobre a Matemática e sobre seu papel na sociedade.

Quando um professor de Matemática decide utilizar a história como recurso de ensino-aprendizagem é importante trabalhar também em consonância com a metodologia de resolução de problemas ou com investigações, apresentado aos alunos problemas ou perguntas que necessitam de respostas. Assim, permitirá aos estudantes posicionarem-se como investigadores preocupados em responder questões e que devem buscar elementos em aspectos históricos referentes ao problema investigado, transformando o ambiente da sala de aula num ambiente investigativo e colaborativo, essencial para a construção da autonomia dos alunos.

Em relação à Etnomatemática, que surgiu a partir de críticas sociais acerca do ensino tradicional da Matemática e que, em contrapartida, propõe a análise das práticas matemáticas em seus diferentes contextos culturais, também constitui hoje uma perspectiva metodológica interessante que deve ser integrada aos currículos.

Nessa perspectiva, o ensino da Matemática ganha contornos e estratégias específicas, peculiares ao campo perceptual dos estudantes aos quais se dirige. Assim por exemplo, Matemática vivenciada por crianças em situação de rua, a geometria nas culturas indígenas, são marcadas pelo contexto cultural e social na qual estão inseridas. Da mesma forma, em cada escola, em cada sala de aula, é preciso identificar as características do contexto cultural e social e como a Matemática neles está presente, de modo a articular as aprendizagens que o aluno constrói na escola a esse contexto.

5.1.3.4 O uso de recursos tecnológicos como computadores, *softwares*, I*nternet*, calculadoras, vídeos

Embora as chamadas “novas tecnologias” já não sejam tão novas e estejam bastante incorporadas à nossa sociedade, o fato é que seu uso como recurso de ensino e aprendizagem na escola, de modo geral, ainda é bastante pequeno. Computadores, *softwares*, Internet, calculadoras, vídeos: poderíamos nos perguntar, quantas vezes eles são utilizados em aulas de Matemática, ao longo do ano?

Os computadores permitem múltiplos usos. Um deles é o uso de *softwares* criados especificamente para apoiar a construção de conhecimentos matemáticos. Os mais interessantes são os que estimulam os alunos a aprenderem num contexto de resolução de problemas, fazendo simulações e podendo formular hipóteses e testá-las.

Outra possibilidade de uso dos computadores é explorá-lo como uma ferramenta de comunicação, que pode ser feita por *e-mail*, por grupos de discussão, sessões de bate-papo, murais, etc. Assim, a classe pode ser organizada em grupos e cada grupo é desafiado a buscar informações sobre um assunto na Internet e o material pode ser postado via eletrônica, para os demais grupos. É possível ainda estabelecer intercâmbios com alunos de outras escolas do próprio município ou de outros Estados, trocando informações sobre conteúdos matemáticos. Além de ser uma excelente fonte de informação, a Internet possibilita a interação com os outros, a partilha de opiniões, sugestões, críticas. Na escola, a Internet não pode deixar de ter importância pedagógica, pois faz parte do "mundo", especialmente do mundo das novas gerações. O uso da Internet permite o diálogo entre os pares, entre alunos e professores e a vivência em comunidades de aprendizes numa sociedade em que o conhecimento se renova com uma grande velocidade.

Também as calculadoras devem ser vistas como ferramentas, que fazem parte da realidade dos alunos e uma aliada em situações cotidianas que envolvem, por exemplo, o cálculo de despesas do mês de uma família ou a multa do pagamento em atraso de uma conta. Assim, nas aulas de Matemática, elas devem ser utilizadas de modo a que os alunos aprendam a explorá-las da forma mais competente possível, não para substituir outras formas de cálculo como o mental, o escrito, o estimado, mas em situações em que seu uso se justifica.

Estudos realizados por pesquisadores e especialistas indicam que os alunos, quando usam a calculadora para a realização de cálculos, ficam mais atentos às relações entre os elementos envolvidos na resolução dos problemas e que atividades com calculadora podem contribuir para o desenvolvimento da capacidade cognitiva dos alunos e suas estratégias em resolver problemas. A calculadora deve ser usada, principalmente, como um instrumento que possibilita aos alunos realizarem tarefas exploratórias e de investigação.

Com relação ao uso de vídeos, se pretendemos trabalhar as idéias matemáticas inseridas em contextos significativos, é possível lançar mão do recurso do vídeo, não para ser simplesmente assistido pelos estudantes de forma passiva, mas como uma fonte de formulação de questões a serem investigadas.

O êxito na utilização de qualquer recurso didático depende de um bom planejamento e da escolha de estratégias pedagógicas adequadas, com objetivos bem delineados e proposição de boas situações de aprendizagem. Assim, por exemplo, o professor precisa preparar-se para o uso da informática com seus alunos, observando as possíveis dificuldades deles frente à maquina, intervindo e auxiliando-os em suas dificuldades e estimulando-os a progredir. Algumas experiências mostram que as práticas de sala de aula utilizando computador criam situações de conflito, que levam o professor a questionar sua postura, a refletir sobre sua prática pedagógica e a reavaliar e repensar seu papel, o que é bastante interessante.

5.1.3.5 Leitura e escrita nas aulas de Matemática

As tarefas de leitura e escrita foram tradicionalmente atreladas ao trabalho do professor de Língua Portuguesa. Os professores das outras áreas não se sentiam diretamente implicados com essas tarefas, mesmo quando atribuíam o mau desempenho de seus alunos, a problemas de leitura e escrita.

Hoje, há um consenso razoável de que o desenvolvimento da competência leitora e escritora depende de ações coordenadas de professores das várias áreas do conhecimento no desenvolvimento de atividades curriculares. Sabe-se que nem sempre os estudantes das escolas da rede pública têm acesso a livros, revistas, jornais e outros meios de comunicação e informação no contexto familiar. Em conseqüência desse fato, a prioridade na escola deve ser com o ensino da leitura e a escrita, pois dele depende em grande parte o melhor ou pior desenvolvimento escolar dos alunos nas diferentes áreas de conhecimento.

Assim, também é tarefa do professor de Matemática contribuir para o desenvolvimento da competência leitora e escritora de seus alunos; mesmo com preocupação com o “tempo” e com o “estar abandonando a Matemática” é preciso compreender que o investimento na leitura e escrita favorece a aprendizagem em Matemática.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (ensino fundamental), ao apresentarem os objetivos do ensino de Matemática destacam que o aluno deve aprender a comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas.

Dessa forma, embora a linguagem matemática se constitua como outras áreas por meio de seus códigos, essa área do conhecimento não pode ser identificada apenas com o saber operar com símbolos, pois ela se relaciona com as capacidades de interpretar, analisar, sintetizar, significar, conceber, transcender, extrapolar, projetar, o que se dá por meio da língua materna.

Três aspectos de comunicação devem ser levados em conta nas aulas de Matemática: o diálogo, a leitura e a escrita.

Com relação ao diálogo, este é considerado uma das “ferramentas” de trabalho mais importantes do professor na sala de aula. A comunicação só é possível se todos tiverem a mesma chance de se “colocar”, de expressar suas idéias de forma objetiva, explicitar de forma verdadeira: valores, sentimentos e atitudes. O entendimento, aceitação do outro e tolerância são fatores que permeiam e sustentam essas situações de fala.

Porém, alguns estudos de casos realizados em salas de aula de Matemática sobre o processo de comunicação verbal que ocorre nesse ambiente, mostram que os professores consideram que as perguntas ajudam a envolver os alunos na dinâmica das aulas e que elas permitem verificar se está havendo aprendizagem. Porém, ao mesmo tempo, esses estudos mostram que as regras de convívio que validam a situação de fala, não são observadas, pois os alunos nem sempre são convidados a colocar seus pontos de vista, há interrupção freqüente na fala dos alunos e é rara a socialização e confronto de idéias. Perguntas que suscitam posicionamento de idéias, defesa de argumentos e investigação são pouco freqüentes nas aulas de Matemática.

Com relação à leitura, sua compreensão varia segundo o grau de relação entre três variáveis: leitor, texto e contexto; quanto mais elas estiverem imbricadas umas nas outras, melhor será a compreensão. A interação entre leitor texto e contexto é que facilitará a compreensão de um texto; também é importante considerar todo o conhecimento anterior do sujeito, que lhe fornecerá subsídios para a compreensão do texto que lê.

Quanto mais conhecimento os alunos tiverem, maiores serão suas possibilidades de sucesso na leitura. Experiências em projetos de trabalho, atividades culturais, esportivas e sociais permitem aos jovens compreender melhor a leitura de textos. Mas essas experiências por si não bastam; é importante dar espaço aos estudantes para que possam socializar suas experiências, o que permite ampliar seus conhecimentos. Esses novos conhecimentos podem ser utilizados na compreensão de outros textos.

Com relação à escrita nas aulas de Matemática, ela pode ser potencializada sempre que o aluno é estimulado a produzir textos para explicar seu raciocínio, descrever e interpretar dados apresentados em tabelas e gráficos, formular situações-problema, elaborar sínteses ou descrever conjecturas.

O documento “Referencial para o desenvolvimento da competência leitora e escritora – Matemática” apresenta várias sugestões de atividades que foram desenvolvidas e comentadas por professores da rede pública municipal e que podem ser adaptadas aos alunos de outras escolas e transformarem-se em atividades interessantes para a prática do professor de Matemática e o desenvolvimento da competência leitora e escritora dos alunos.

5.2 Modalidades organizativas nas aulas de Matemática

Uma outra forma de enriquecimento do trabalho nas aulas de Matemática é sem dúvida a diversidade de modalidades organizativas que são colocadas em uso, simultaneamente. Para tanto, é importante planejar, para cada período de tempo, as diferentes modalidades organizativas que serão exploradas. No quadro a seguir, a titulo de exemplificação, há um planejamento para um período de 10 semanas letivas, para uma turma com 4 aulas semanais.

	1ª aula	2ª aula	3ª aula	4ª aula
1ª semana	At.seqüenciadas números	At.seqüenciadas números	At.seqüenciadas espaço e forma	At.seqüenciadas espaço e forma
2ª semana	At.seqüenciadas operações	At.seqüenciadas operações	At. rotineiras jogos	At. rotineiras jogos
3ª semana	At.seqüenciadas Grandezas e medidas	At.seqüenciadas Grandezas e medidas	At.sequenciadas Tratamento da informação	At.sequenciadas Tratamento da informação
4ª semana	Projeto	Projeto	Avaliação	Avaliação
5ª semana	At.seqüenciadas Operações	At.seqüenciadas Operações	Projeto	Projeto
6ª semana	At.ocasionais	At.seqüenciadas complementares a algum dos blocos	At.seqüenciadas espaço e forma	At.seqüenciadas espaço e forma
7ª Semana	At.seqüenciadas Operações	At.seqüenciadas Operações	At. rotineiras Uso da calculadora	At. rotineiras Uso da calculadora
8ª Semana	At.seqüenciadas Grandezas e medidas	At.seqüenciadas Grandezas e medidas	At.seqüenciadas Tratamento da informação	At.seqüenciadas Tratamento da informação
9ª Semana	Projeto	Projeto	Avaliação	Avaliação
10ª . Semana	At.ocasionais	At.seqüenciadas complementares a algum dos blocos	Projeto	Projeto

Na seqüência, são apresentados comentários e exemplos de cada tipo modalidade.

5.2.1 Projetos

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (ensino fundamental) destacam que os projetos “são uma das formas de organizar o trabalho didático, que pode integrar diferentes modos de organização curricular”.

O trabalho com projetos pode contribuir para a construção de uma visão mais humana, útil e atraente da Matemática, mas também constitui uma forma interessante de organizar os conteúdos que se pretende que os alunos explorem.

Escolhido o tema do projeto é preciso seguir algumas etapas: a primeira consiste na preparação e planejamento do trabalho, a segunda compreende a execução ou desenvolvimento do projeto e a terceira, refere-se à análise dos resultados e conclusões.

Essas etapas podem ser ainda desdobradas em subetapas mostradas no quadro abaixo:

1. *Determinar de forma clara, os objetivos a serem alcançados.*
2. *Fazer perguntas relacionadas com os objetivos traçados.*
3. *Relacionar e pôr à disposição as fontes de informações para os alunos.*
4. *Explicar quais habilidades operatórias são colocadas em prática, verificando se os alunos as compreendem e sabem usá-las. Comparar, analisar, sintetizar, deduzir, classificar, criticar, interrogar, interagir são algumas habilidades imprescindíveis.*
5. *Fornecer ao aluno o conhecimento das fases do projeto, ou seja, o que o professor espera que o grupo faça nessas três fases.*
6. *Fornecer algumas idéias, palavras-chaves, para que os alunos possam pesquisar.*
7. *Buscar maior ligação do que está sendo trabalhado no projeto com o contexto do aluno.*
8. *Explicitar as linguagens a serem utilizadas na descrição dos resultados da investigação.*
9. *Definir um cronograma para o projeto, estipulando os dias e as semanas em que os alunos devem realizar determinadas etapas.*
10. *Definir as formas de avaliação do trabalho feito pelos alunos, podendo ser: avaliação do professor, de outros professores, de pais ou outros envolvidos e a auto-avaliação, baseando-se sempre no processo efetivo do aluno.*

Algumas sugestões de temas de projetos: a saúde na nossa comunidade escolar.

- Esportes, jogos e brincadeiras na nossa comunidade.
- Direitos do consumidor.
- O que é a Etnomatemática?
- Recursos hídricos.
- Desmatamento e aquecimento global.
- Respeito à diversidade.
- Gravidez na adolescência.
- Mulheres na história da Matemática.
- Escolha profissional.
- Matemática, natureza e arte.

5.2.2 Atividades seqüenciadas

São situações didáticas articuladas, em que se estabelece uma seqüência de realização baseada no nível de dificuldade; ou seja, o professor estabelece uma progressão de desafios a serem enfrentados pelos alunos, com a finalidade de que eles possam construir um determinado conhecimento.

Em vários níveis de pesquisa, seqüências didáticas têm sido produzidas e testadas. Porém, essas seqüências têm sido pouco divulgadas. Para o professor uma das principais fontes dessas seqüências são os livros didáticos. Elas podem ser bastante interessantes, mas geralmente precisam ser complementadas para atender os objetivos pretendidos e as especificidades de cada grupo de alunos.

A título de exemplificação são apresentadas a seguir algumas atividades seqüenciadas.

ATIVIDADES SEQÜENCIADAS – SEXTO ANO

TEMA: OS NÚMEROS RACIONAIS E SEUS SIGNIFICADOS

Objetivos

Nestas atividades seqüenciadas, espera-se que os estudantes possam:

a) compreender diferentes significados dos números racionais: parte-todo; quociente; razão;

b) identificar, interpretar e utilizar representações fracionárias decimais dos números racionais, vinculando-as a contextos diversificados.

Conteúdos

Significados dos números racionais

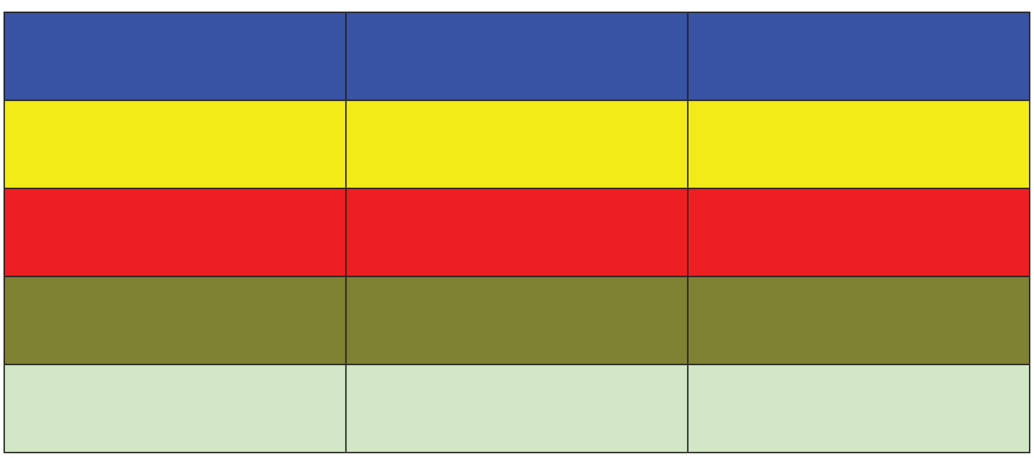
Representações dos números racionais nas formas decimal e fracionária, em seus diversos contextos.

Atividades

Atividade 1:

Propor aos alunos que se organizem em grupos para resolver os seguintes problemas:

I. Seu Carlos vai fazer, em sua loja, uma promoção de retalhos de tecidos, a preços promocionais. Todos têm o mesmo tamanho e eles só se diferem nas cores. São 4 cores de tecidos: azul, amarelo, vermelho e verde. Seu Carlos fez o seguinte desenho para planejar a exposição dos retalhos de tecido na loja:



a) Quantos retalhos de tecidos foram colocados à venda nessa loja?

b) Como representar a quantidade de retalhos de tecido de cor azul em relação ao total?

c) Como representar a quantidade de retalhos de tecido de cor vermelha em relação ao total?

II. Paulo organizou um grupo de colegas para construir pipas.

Ele dividiu igualmente três folhas de papel de seda vermelha entre cinco de seus colegas. Dividiu igualmente cinco folhas de papel de seda azul para os outros três. Finalmente, dividiu igualmente uma folha de papel de seda verde para os outros cinco.

Quanto de folha vermelha cada colega do primeiro grupo recebeu? Quanto de folha azul cada colega do segundo grupo recebeu? Quanto de folha verde cada colega do terceiro grupo recebeu?

III. Em uma caixa há 3 bolas verdes, 2 bolas azuis, 3 bolas amarelas e 1 bola branca. Marcos sorteou, sem olhar, uma bola da caixa. Qual é a possibilidade de que essa bola: a) seja verde? b) seja azul? c) seja amarela d) seja branca

Atividade 2:

Concluída a resolução dos problemas cada grupo deve discutir as seguintes questões:

Na resolução dos problemas acima que representações numéricas foram utilizadas?

A indicação de sofás de padrão liso no primeiro problema é 3/15 ou 1/5? Ou ambas?

3/5 e 5/3: qual dessas representações tem a ver com as folhas de papel de seda vermelhas e azuis? O que elas indicam?

Na representação como 1/2, que operação está indicada: 1+2; 1-2; 1X2 ou 1:2?

Atividade 3

Se 1/2 = 1:2, use uma calculadora para completar a tabela abaixo:

1:2	
1:3	
1:4	
1:5	
1:6	
1:7	
1:8	
1:9	

Agora responda:

a) o que é maior? 0,5 ou 0,25? Por quê?

b) de que forma você compara 0,125 (1:8) e 0,142857 (1:7) e 0,1666666 (1:6). Justifique sua resposta.

c) todo número do tipo a/b tem uma representação decimal?

Atividade 4:

Leia o texto abaixo:

Desde 1990, o Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento - PNUD vem introduzindo na análise do espaço mundial uma nova conceituação de desenvolvimento e um novo índice para medi-lo: O índice de desenvolvimento humano – IDH.

O IDH é um índice calculado com dados da expectativa de vida, da escolaridade e da renda familiar da população de um país. O valor do IDH é um número entre 0 e 1. Quanto melhor o desenvolvimento humano, mais próximo de 1 chega o IDH. Este índice foi criado inicialmente para classificar países, mas também foi usado como indicador de comparação entre os Estados do Brasil. Não é usado apenas para caracterizar as desigualdades regionais, mas tem o objetivo de apontar áreas prioritárias de atuação, estimulando o governo e sociedade civil a agir no sentido de aperfeiçoar o desenvolvimento humano[5].

5 Fonte: PNUD – Brasil. Disponível em http:www.pnud.org.br.

Observe a classificação dos Estados brasileiros segundo o valor do IDH.

Estado	Valor do IDH	Estado	Valor do IDH
Acre	0,697	Paraíba	0,661
Alagoas	0,649	Paraná	0,787
Amapá	0,753	Pernambuco	0,705
Amazonas	0,713	Piauí	0,656
Bahia	0,688	Rio de Janeiro	0,807
Ceará	0,7	Rio Grande do Norte	0,705
Distrito Federal	0,844	Rio Grande do Sul	0,814
Espírito Santo	0,765	Rondônia	0,735
Goiás	0,776	Roraima	0,746
Maranhão	0,636	Santa Catarina	0,842
Mato Grosso	0,773	São Paulo	0,822
Mato Grosso do Sul	0,778	Sergipe	0,682
Minas Gerais	0,773	Tocantins	0,71
Pará	0,723		

- Coloque em ordem de acordo com o valor do IDH, do Estado menos desenvolvido para o Estado mais desenvolvido do Brasil.
- Qual é o Estado menos desenvolvido do Brasil de acordo com o IDH?
- Qual o Estado mais desenvolvido do Brasil, de acordo com o IDH?
- Como foi feita essa ordenação?

Comentários

Nessas atividades seqüenciadas, a intenção é a de que os estudantes possam explorar diferentes significados que os números racionais assumem a depender do contexto em que se inserem. A relação parte-todo se apresenta quando um todo (unidade) se divide em partes equivalentes. A fração, por exemplo, indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes; é o caso das tradicionais divisões de uma figura geométrica em partes iguais. A interpretação da fração como relação parte-todo supõe que o aluno seja capaz de identificar a unidade que representa o todo (seja este uma grandeza contínua ou uma grandeza discreta) e de compreender a inclusão de classes e saiba realizar divisões operando com grandezas discretas ou contínuas. Outra interpretação do número racional é como quociente de um inteiro por outro, expresso na forma a : b = a/ b; b ± 0. Para o aluno, essa interpretação se diferencia da anterior, porque dividir uma unidade em 3 partes e tomar 2 dessas partes é diferente de dividir 2 unidades em 3 partes iguais. No entanto, nos dois casos, o resultado é dado pelo mesmo número racional: 2/3. Uma interpretação diferente das anteriores é aquela em que o número racional é usado como um índice comparativo entre duas quantidades, ou seja, quando é interpretado como razão. Isso ocorre, por exemplo, quando se lida com situações como: “2 em cada 3 habitantes de uma cidade são imigrantes e, daí, se conclui que 2/3 da população da cidade são compostos de imigrantes”. Outras situações são as que envolvem probabilidades: “A chance de se sortear uma bola verde de uma caixa onde estão 2 bolas verdes e 8 bolas de outras cores é de 2/10”. Outras situações são as que envolvem escalas de plantas e mapas, como por exemplo: “A escala de 1 cm para 100 m é representada por 1:10000 ou 1 10000”. Outro exemplo, que envolve porcentagem: “70 em cada 100 alunos de uma escola gostam de futebol, o que pode ser representado por 70:100, 0,70, 70% ou, ainda, 710 e 0,7”. Há ainda uma quarta interpretação, que atribui ao número racional o significado de um operador, ou seja, ele desempenha um papel de transformação, de algo que atua sobre uma situação e a modifica. Essa idéia está presente em problemas do tipo: “Que número devo multiplicar por 5 para obter 2?”. Estudos mostram que não é desejável tratar isoladamente cada uma dessas interpretações. A calculadora é usada mais para a determinação das regras com base na observação dos resultados do que para o cálculo propriamente. Explorando o Índice de Desenvolvimento Humano-(IDH), os alunos vão ter oportunidade de compreender estudos sobre expectativa de vida, grau de escolaridade e renda *per capita.*

ATIVIDADES SEQÜENCIADAS – SÉTIMO ANO

TEMA: EXPLORANDO NOÇÕES DE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE

Objetivos

Nessas atividades seqüenciadas, espera-se que os estudantes possam:

a) representar casos possíveis em situações combinatórias e fazer a contagem deles;

b) construir espaços amostrais e indicar a possibilidade de sucesso de um evento pelo uso de uma razão.

Conteúdos

Princípios multiplicativo da contagem.

Construção do espaço amostral e da indicação da possibilidade de sucesso de um evento pelo uso de uma razão.

Atividades

Atividade 1:

Propor aos alunos que resolvam, em duplas, os problemas a seguir.

I. Marina fez sanduíches para o lanche de sábado. Comprou pão branco e pão preto e para rechear comprou queijo, presunto e mortadela. Quantos lanches diferentes Marina poderá fazer com apenas um tipo de recheio?

II. Lucas quer se vestir para ir a uma festa, mas está em dúvida sobre qual camisa deve usar, pois tem 4 camisas novas: uma azul, uma branca, uma vermelha e uma amarela. Para combinar com as camisas ele tem 3 calças: uma preta, uma azul e uma marrom. Quais são as possíveis maneiras que Lucas tem para se vestir? Quantas são essas maneiras?

Atividade 2:

Concluída a resolução dos problemas duas duplas se juntam para discutir de que modo foram resolvidos e de que modo procederam

Atividade 3:

I. Propor que, em grupos, os alunos discutam como foi feito o diagrama e como foi construída uma solução para o problema a seguir:

- **Numa festa havia 4 rapazes e 3 moças. Quantos pares poderiam ser feitos para dançar, se todos os rapazes dançassem com todas as moças?**

	M1		M1		M1		M1
R1	M2	R2	M2	R3	M2	R4	M2
	M3		M3		M3		M3

II. Solicitar que os alunos, em grupos, construam um diagrama para representar a solução do problema:

- **Um time de futebol tem 3 camisas de cores diferentes (branca, preta e vermelha) e 2 calções de cores diferentes (branco e preto). De quantas maneiras esse time pode se apresentar para os jogos do campeonato?**

Atividade 4:

Nos problemas da atividade 3, foram analisados e construídos diagramas para indicar as possibilidades de resolver os problemas propostos. Agora, será proposto aos alunos que, em grupos, discutam a possibilidade desse diagrama se ramificar ainda mais, quando há mais de uma combinação, formando uma árvore de possibilidades. Em seguida será montada uma árvore de possibilidades para resolver o problema:

Antônio lançou uma moeda três vezes consecutivas e anotou o resultado: CKC, que significa coroa—cara—coroa. Depois repetiu a brincadeira e anotou: CCK, que significa coroa—coroa—cara. Ele continuou lançando a moeda, sempre por três vezes consecutivas, e anotando os resultados: KKC, KCK, KCC, CKC, CCK, CCC. Você acha que ainda há possibilidade de ocorrerem resultados diferentes desses?Quais?Represente todas as possibilidades em um diagrama de árvore.

Atividade 5

Propor uma discussão e a resolução dos problemas em grupos.

- Horácio está brincando de jogar uma moeda para o alto e anotando se o resultado é cara ou coroa. Você acha que é possível saber de antemão o resultado? Seria possível para Horácio calcular as chances de ocorrência, ou as probabilidades, de dar cara ou coroa?
- Paulo joga um dado de pontos para o alto e anota o número de pontos que aparece na face do dado que fica voltada para cima. Será que é possível prever as chances de sair um número ímpar?
- Numa urna há 10 bolas do mesmo tamanho e do mesmo material. São 6 bolas brancas e 4 pretas. Retirando-se uma bola dessa urna é possível prever as chances de se sortear uma bola preta?

Atividade 6:

Concluída a resolução dos problemas cada grupo deve discutir as seguintes questões:

1. Nos problemas resolvidos é possível prever os resultados antecipadamente? Justifique.

2. Analisando cada um desses problemas é possível prever as chances de ocorrência?

3. Descreva como você fez para descobrir as chances de ocorrência em cada problema.

Comentários sobre as atividades seqüenciadas

No trabalho com problemas de contagem e de probabilidade é fundamental que os estudantes compreendam o significado de espaço amostral e sua construção pela contagem dos casos possíveis, utilizando-se, para isso, do princípio multiplicativo e de representações, como a tabela de dupla entrada ou o diagrama de árvore. Desse modo, será possível indicar o sucesso de um evento por meio de uma razão. É fundamental que você estimule seus alunos a se apropriarem de procedimentos como a leitura e a construção de tabelas de dupla entrada e de árvores de possibilidades, ferramentas matemáticas muito importantes.

Inicie perguntando a seus alunos se já ouviram frases como "As chances de meu time ganhar o campeonato são muito grandes" ou "Se eu tivesse grande chance de ganhar na loteria jogaria sempre". Peça-lhes que dêem outros exemplos de frases que envolvam a idéia de probabilidade e, em seguida, que leiam o texto de abertura e destaquem o que lhes pareceu mais interessante.

É importante que você aproveite as situações para enriquecer a discussão sobre probabilidade e incentivar a participação de todos os alunos. Procure saber por meio de perguntas, qual o raciocínio que seus alunos utilizaram para resolver os problemas.

Você pode sugerir a eles uma representação em árvore ou em tabela e pedir que se reúnam em grupos e elaborem um problema que utilize a representação sugerida. Observe o modo como procederam fazendo perguntas como: "Como vocês começaram a interpretar a representação dada?" e "Como vocês criaram o problema?"

Em seguida, peça a cada grupo que se junte a outro, para trocarem idéias e os problemas criados. Por fim, faça o fechamento da aula, procurando integrar os trabalhos feitos pelos grupos.

ATIVIDADES SEQÜENCIADAS – OITAVO ANO

TEMA: ÁLGEBRA

Objetivos

Nessas atividades seqüenciadas, espera-se que os estudantes possam:

a) utilizar expressões algébricas para expressar padrões;

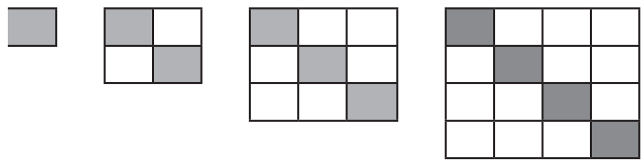
b) generalizar propriedades das operações aritméticas.

Conteúdos

Representações algébricas usadas para expressar propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em algumas seqüências numéricas.

Atividade 1:

I. Propor aos alunos, em grupos, analisar o painel feito por Fabiana.



a) Se Fabiana continuasse o painel seguindo a mesma regra, como seriam as próximas figuras?

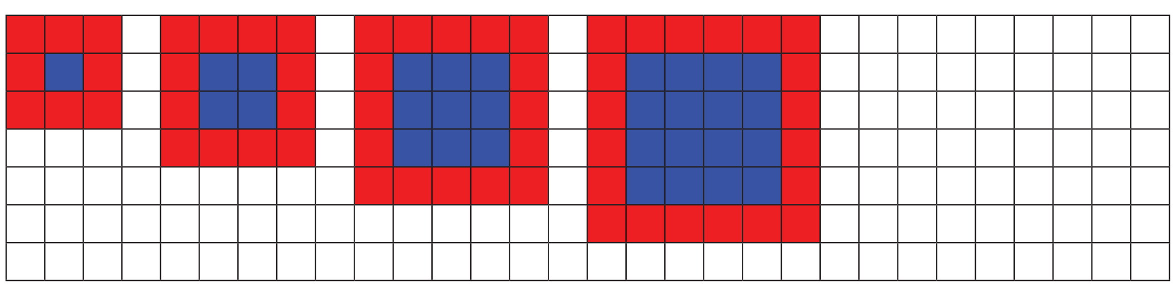
b) Analise os elementos do painel e complete o quadro abaixo.

Posição	1ª.	2ª.	3ª.	4ª.	5ª.	6ª.	7ª.
Nº de quadrinhos pretos	1	2	3				
Nº de quadrinhos brancos	0	2	6				

c) Caso houvesse uma proposta de ampliação do painel, quantos quadradinhos brancos e pretos teriam as figuras que ocupassem:

(I) a 8ª posição no mosaico? (II) a 9ª posição no mosaico? (III) a 12ª posição no mosaico?

II. Mariana fez um painel composto de quadrados coloridos com bordas trabalhadas.



1. Mariana começou a completar o quadro abaixo e não terminou. Coloque os números que faltam.

Posição	1ª.	2ª.	3ª.	4ª.	5ª.	6ª.	7ª.
Número de quadrinhos azuis	1	2	3				
Número de quadrinhos vermelhos	8	12	16				

2. Se Mariana ampliar o painel, quantos quadrinhos vermelhos teriam as figuras:

a) na 6ª posição no painel? b) na 7ª posição no painel? c) na 12ª posição no painel?

Atividade 2:

Propor para que em grupos, analisem a situação:

1. No painel feito por Fabiana o que você percebeu?

2. O que é possível afirmar que ocorreu, na n-ésima posição, sobre o numero de quadradinhos pretos e brancos do painel de Fabiana?

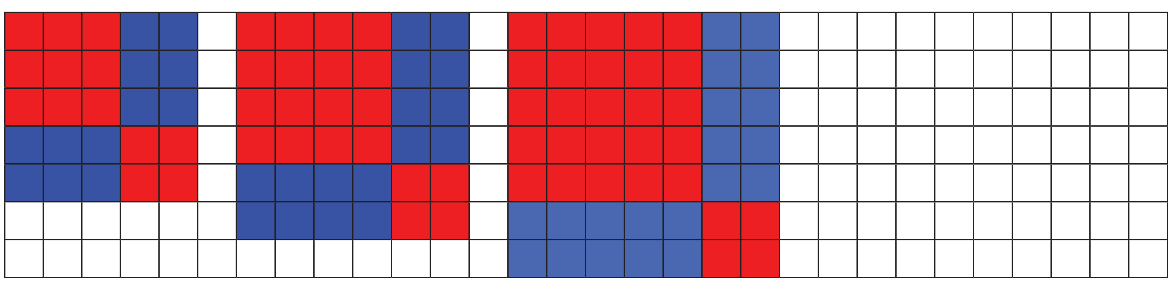
3. E no painel de Mariana, o que você observou?

3. Que expressão você usaria para identificar o número de quadradinhos vermelhos do painel de Mariana?

Atividade 3:

Propor aos alunos, em grupos, analisar regularidades importantes que aparecem quando se analisam áreas de quadrados.

Observe os quadrados da seqüência desenhada por Vitor



1. Qual a forma da superfície de cor vermelha e de cor azul?

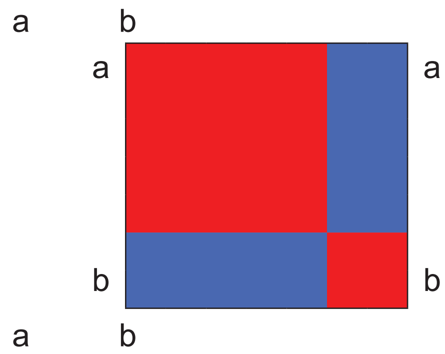
2. Vitor analisou seu painel e escreveu:

> *A área do quadrado A, cujo lado está dividido em dois segmentos que medem, respectivamente, 3 e 2, pode ser obtida a partir do cálculo: (3 + 2)(3 + 2) = 32 + 3 x 2 + 2 x 3 + 22.*
>
> *A área do quadrado B, cujo lado está dividido em dois segmentos que medem, respectivamente, 4 e 2, pode ser obtida a partir do cálculo: (4 + 2)(4 + 2) = 42 + 4 x 2 + 2 x 4 + 22.*

a) Você concorda com as afirmações de Vitor? Justifique sua resposta.

b) Você acha que é possível generalizar essa "regra"?

c) Para facilitar a escrita da expressão que permite a generalização dessa regra, calcule a área do quadrado abaixo. Observe que o lado do quadrado está dividido em dois segmentos, medindo, respectivamente, a e b.



Como você completaria a igualdade que indica a área de um quadrado de lado a + b?

Atividade 4:

A álgebra permite também expressar genericamente propriedades e relações. Propor aos alunos para, em grupos, analisar as tabelas apresentada a seguir, descobrir algumas propriedades e relações que já conhecem e expressá-las genericamente usando a álgebra. Depois fazer uma lista com as expressões que encontraram.

Tabela 1

A	M	N	a^m	a^n	a^m x na	a^{m+n}	a^m: a^n	a^{m-n}
-2	2	1	4	-2	4 x (-2) = -8	$(-2)^{2+1}$ = -8	4 : (-2) = -2	$(-2)^{2-1}$ = -2
1	3	2						
-1	2	2						
3	2	2						
2	1	3						

• Compare os resultados das expressões a^m x a^n e a^{m+n} e os das expressões a^m : a^n e a^{m-n}. Discuta com seus colegas e escreva um pequeno texto com suas observações.

• Teste outros valores para a, m, n para verificar se a idéia continua sendo verdadeira. Discuta com seus colegas e escreva um pequeno texto com suas observações.

Tabela 2

A	B	N	a^n	b^n	$(a \times b)^n$	$a^n \times b^n$	$(a: b)^n$	$a^n : b^n$
-2	3	2	4	9	$(-2 \times 3)^2 = 36$	$(-2)^2 \times (-3)^2 = 36$	$(-2 : 3) = (-2/3)^2$	$(-2)^2 : (-3)^2$
1	3	2						
-1	2	2						
3	2	2						
2	1	3						

• Compare os resultados das expressões $(a \times b)^n$ e $a^n \times b^n$ e os das expressões $(a : b)^n$ e $a^n \times b^n$. Discuta com seus colegas e escreva um pequeno texto com suas observações.

• Teste outros valores para a, b, n para verificar se a idéia continua sendo verdadeira. Discuta com seus colegas e escreva um pequeno texto com suas observações.

Comentários

Com essas atividades, o aluno terá oportunidade de explorar diferentes usos da álgebra, em especial na generalização de padrões, o que vai possibilitar a exploração da noção de função. Estudos mostram a importância de ensinar relações funcionais pela exploração de padrões em seqüências numéricas que levem os alunos a fazer algumas generalizações e compreender, por um processo de aproximações sucessivas, a natureza das representações algébricas. A construção dessas generalizações e de suas respectivas representações possibilita o aprendizado das primeiras noções de álgebra.

É importante, também, propor situações que permitam identificar e generalizar as propriedades das operações aritméticas e estabelecer algumas fórmulas. Nessa dimensão, a letra simplesmente substitui um valor numérico.

Analisando as atividades propostas, o aluno pode construir a idéia de álgebra como uma linguagem que serve para expressar regularidades observadas em diferentes relações aritméticas e geométricas.

Aproveite o momento para verificar se seus alunos compreendem e preenchem as tabelas corretamente. É interessante discutir com os alunos a validade ou não de algumas propriedades da potenciação. Assim, se $(a + b)^2 = a^2 + b^2$, por outro lado, $(a \,.\, b)^2 = a^2 \,.\, b^2$. A representação geométrica e o conceito de área desempenham um papel importante na compreensão dessas propriedades. Os alunos poderão estender propriedades das potências de mesma base do campo dos números naturais para o campo dos números racionais.

ATIVIDADES SEQÜENCIADAS – NONO ANO

TEMA: EXPLORANDO O TEOREMA DE PITÁGORAS

Objetivos

Nessas atividades seqüenciadas, espera-se que os estudantes possam:

a) *verificar experimentalmente a relação conhecida como teorema de Pitágoras;*

b) *resolver situações-problema relacionadas com o teorema de Pitágoras.*

Conteúdos

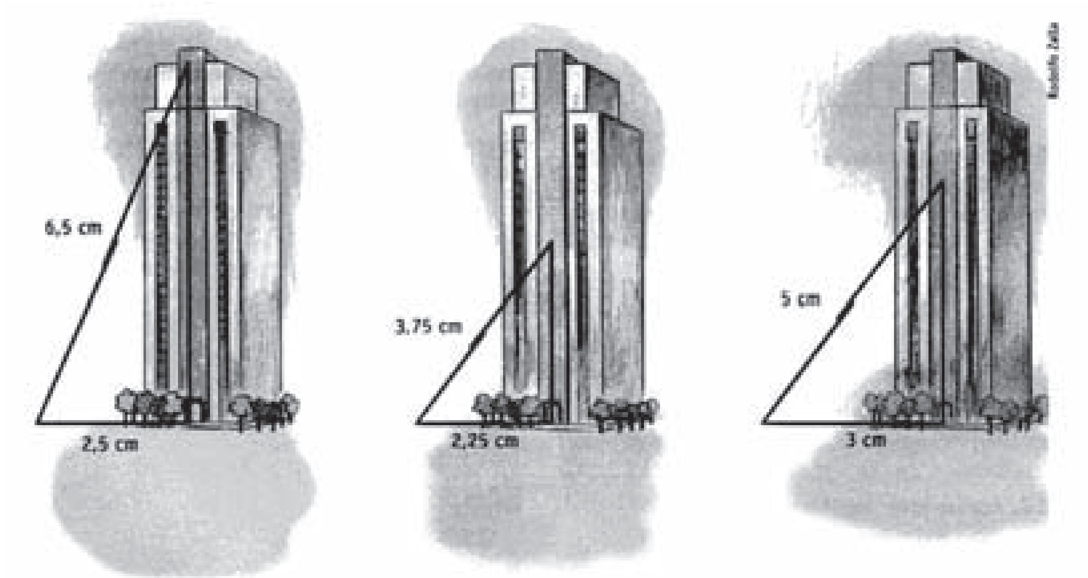
Teorema de Pitágoras, suas verificações experimentais, aplicações e demonstração local.

Atividades

Atividade 1:

Propor aos alunos que, em grupos, resolvam os problemas abaixo e depois comparem suas resoluções com as informações apresentadas na atividade 2.

1. Para salvar pessoas de um incêndio, os bombeiros tiveram que usar escadas de comprimentos diferentes para alcançar determinadas alturas de um prédio, como mostram as figuras. A medida da escada e a da distância entre a parede e o pé da escada estão indicadas nas figuras, que foram feitas em escala: cada centímetro no desenho corresponde a 3 metros, na realidade. Determine a altura do prédio alcançada pela escada em cada caso.



FOTOMATEMÁTICA CICLO II – 3 prédios

2. Observe os quadros e descubra a relação numérica existente entre os números da 1ª e da 2ª linhas.

A	B	C		A	B	C		A	B	C		A	B	C
5	4	3		13	12	5		20	16	12		25	20	15
25	16	9		169	144	25				144				

A	B	C		A	B	C		A	B	C		A	B	C
10	8	6		26	24	10		39	36	15		15	12	9
100														

- Complete os quadros com os números que faltam.
- Que relação você pode estabelecer entre os três números da 2ª linha de cada quadro em relação aos três números da 1ª linha? Descreva-a.
- Que relação você pode estabelecer entre o terceiro número de cada linha e os dois primeiros números da mesma linha?

3. Nas figuras abaixo, foram desenhados quadrados apoiados nos lados de triângulos retângulos.

Figura 1

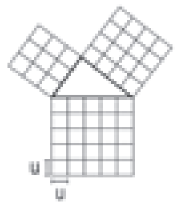
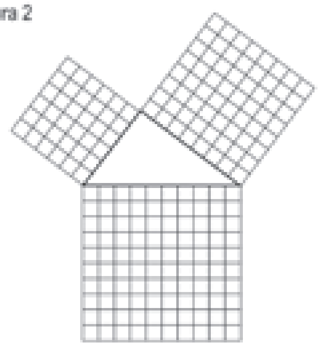


Figura 2



- Qual é a área de cada um dos dois quadrados menores da figura 1?
- Que relação existe entre a soma dessas áreas e a área do quadrado maior da figura 1?
- Qual é a área de cada um dos dois quadrados menores da figura 2?
- Que relação existe entre a soma dessas áreas e a área do quadrado maior da figura 2?
- Você saberia estabelecer alguma comparação entre o que observou neste problema e no problema anterior? Explique.
- E entre esses problemas com o das escadas dos bombeiros? Explique.

Atividade 2:

Propor a leitura das informações, a análise dos problemas da atividade 1 e as verificações solicitadas.

No problema 1, se chamarmos de a, b e c o comprimento da escada, a altura do prédio que é atingida e a distância da escada à parede, respectivamente, é possível afirmar que $a^2 = b^2 + c^2$? Verifique.

No problema 2, se chamarmos de a, b e c os números da 2ª linha registrados nos quadros azuis,, também podemos afirmar que $a^2 = b^2 + c^2$? Verifique.

Finalmente, no problema 3, se chamarmos a medida da hipotenusa de cada um dos triângulos retângulos de a e a medida dos catetos de b e c, também podemos escrever que $a^2 = b^2 + c^2$ em referência ao fato de que a área do quadrado apoiado sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos dois quadrados apoiados sobre os catetos? Verifique.

Atividade 4:

Propor a discussão do texto:

Nos problemas propostos, você lidou com uma relação conhecida como relação pitagórica. O primeiro problema envolvia comprimento de segmentos; o segundo, apenas números; e o terceiro, áreas de quadrados apoiados nos lados de triângulos retângulos.

Os egípcios já conheciam o teorema de Pitágoras em situações particulares . Para medir suas terras próximas ao Rio Nilo, os agrimensores usavam o ângulo reto, que construíam com cordas nas quais davam 13 nós, com intervalos iguais entre eles. Com a corda sempre esticada, eles pregavam o 4º e o 8º nós no chão com estacas e faziam coincidir o 1º e o 13º nós. O ângulo formado pela corda no 4º nó era reto. No entanto, os egípcios não se preocuparam em explicar ou provar por que esse esquema funcionava.

Também os chineses conheciam essa relação numérica tão peculiar — que acabou, porém, sendo associada ao nome de Pitágoras.

Atividade 5:

Relacionando as medidas dos catetos e da hipotenusa

Pedir para os alunos, em grupos, analisarem as situações propostas e depois de discuti-las, resolvê-las.

1. Complete os quadros abaixo com dimensões compatíveis com um triângulo retângulo. Os dois primeiros valores correspondem às medidas dos catetos e o terceiro, à medida da hipotenusa.

a)	28	21	?

b)	?	?	30

c)	?	1	1,25

2. Rafael preencheu os quadros abaixo seguindo as orientações do exercício acima. Mas, em um deles as dimensões indicadas não são compatíveis com as de um triângulo retângulo. Descubra qual é.

a)	18	24	30

b)	5	12	13

c)	10	24	28

3. Para terminar os exercícios, Rafael resolveu usar a calculadora. Depois de algumas tentativas, ele conseguiu achar uma seqüência de teclas para determinar a medida da hipotenusa e registrou-a em seu caderno. Ele usou as letras p e q para representar a medida dos catetos.

a. Substitua p e q por medidas dos catetos em números e teste a seqüência de Rafael em sua calculadora, para ver se ela realmente funciona.

b. O que indicam as teclas M + e MR?

4. Se você considerou adequada a seqüência de Rafael, use-a para determinar a hipotenusa dos triângulos retângulos cujos catetos medem:

a) 7 e 24 25 *b) 8 e 15 17* *c) 20 e 21 29*

Nestes exercícios, você usou o chamado teorema de Pitágoras que é geralmente enunciado da seguinte maneira:

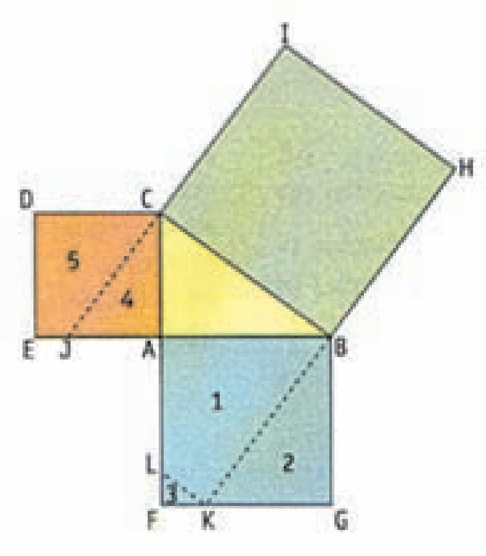
“Num triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma do quadrado dos catetos”.

Essa relação vale para qualquer triângulo retângulo.

Atividade 6:

Um quebra-cabeças interessante

Pedir para os alunos, em grupo, observarem a figura abaixo. Nela estão desenhados um triângulo retângulo qualquer e três quadrados apoiados em seus lados.



Os quadrados laranja e azul foram divididos traçando-se três segmentos de reta, como mostra a figura.

Prolongou-se o lado HB do quadrado verde dentro do quadrado azul até o lado FG, criando-se o ponto K; traçou-se um segmento KL no quadrado azul, paralelo ao lado BC do quadrado verde.

Da mesma forma, dividiu-se o quadrado rosa prolongando-se o lado IC do quadrado verde no quadrado laranja até o ponto J.

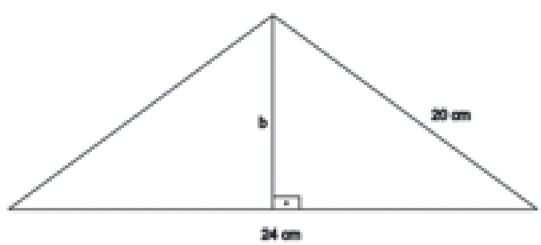
Se você recortar os quadrados laranja e azul nos segmentos traçados e montar as peças obtidas, numeradas de 1 a 5, sobre o quadrado verde, como em um quebra-cabeça, é possível recobri-lo? Justifique sua resposta.

Para verificar a resposta, reproduza a figura numa folha de papel, faça os pontilhados conforme a indicação, recorte as peças e verifique essa relação.

Atividade 7:

Uma investigação: a altura dos triângulos isósceles

Pedir aos alunos que, em grupos, analisem os triângulos isósceles desenhados e calculem a medida indicada em cada um deles.



(Desenhar mais dois triângulos isósceles e indicar as medidas: a) lado maior – 30 cm, lados iguais - 17 cm; b) lado maior – 24 cm, lados iguais – 15 cm, Indicar ainda o ângulo reto e a altura relativa à base).

- **O que você usou para resolver essas situações?**
- **Como você explica o cálculo da altura de um triângulo isósceles?**
- **Essa relação vale para todos os triângulos isósceles? Justifique sua resposta.**

Comentários:

Os alunos farão experiências concretas e, assim, perceberão a necessidade de levantar e testar hipóteses. No entanto, é preciso que eles percebam que resultados obtidos em experimentos não são considerados provas matemáticas. Eles são apenas elementos desencadeadores de conjecturas que levarão às justificativas matemáticas formais. No caso do teorema de Pitágoras, a justificativa formal foi elaborada com base na congruência de figuras planas e no princípio da aditividade para as áreas consideradas. Posteriormente, os alunos também poderão explorar esse teorema com base nos conceitos de semelhança de triângulos e relações métricas dos triângulos retângulos. As situações apresentadas permitem que os alunos percebam, depois de analisar cada uma delas, a existência de uma relação entre os lados dos triângulos retângulos. Sugerimos que eles discutam os problemas em grupo, para que possam comparar suas observações. A elaboração de respostas por escrito pode ser ora individuais, de modo que os alunos possam desenvolver a escrita de idéias matemáticas, aspecto bastante importante da aprendizagem de Matemática, mas também elaboradas coletivamente. Fazer experimentações e resolvendo problemas de aplicação do teorema de Pitágoras, os alunos vão aprofundar conhecimentos já trabalhados. Em alguns exercícios, eles terão oportunidade de usar a calculadora, inclusive as teclas de memória, para determinar por aproximação a hipotenusa de triângulos a partir dos catetos.

5.2.3 Atividades rotineiras

As atividades rotineiras se repetem de forma sistemática e previsível; podem ser semanais, quinzenais ou mensais. Possibilitam o contato intenso com um tipo de atividade específica. Uma atividade que pode ser rotineira no ensino de Matemática é a que envolve jogos. Na antiguidade, o jogo fazia parte da cultura de um povo e refletia aspectos da sociedade na qual ele surgiu. Ainda hoje, ele está presente nas atividades intelectuais e sociais, por isso é importante nas práticas educativas, estimulando as relações cognitivas, afetivas e sociais dos alunos.

Nas aulas de Matemática, o jogo pode envolver vários aspectos, entre eles, um quebra-cabeça a ser resolvido, um jogo de competição, de estratégia ou de fixação, um paradoxo, ou até uma curiosidade ou diversão. Os jogos de competição ou de estratégia, relacionados com atividades de ensino, propiciam maior rendimento na aprendizagem de um conteúdo específico.

Assim, a introdução de jogos nas aulas de Matemática é um recurso pedagógico importante que permite desenvolver habilidades de raciocínio, como *organização, atenção, concentração,* linguagem e criatividade. O aluno deixa de ser um ouvinte passivo das explicações do professor e torna-se um elemento ativo no processo da aprendizagem. O erro é encarado como fonte de novas descobertas propiciando a construção do saber.

Alguns autores têm classificado jogos em muitos tipos de acordo com objetivos propostos. Os *jogos instrucionais* permitem a introdução informal de novos conceitos ou a fixação e revisão de outros já trabalhados pelo aluno. Os *jogos de estratégia* desenvolvem habilidades para a resolução de problemas, pois permitem analisar suas possibilidades, desenvolver estratégias, etc. Destaque-se que a leitura e discussão das regras do jogo é uma etapa importante que deve ser desenvolvida nas aulas de Matemática.

5.2.4 Atividades ocasionais

Algumas atividades podem ser desenvolvidas ocasionalmente, ainda que trate de um assunto que não se relacione àquelas previstas para o período. Elas podem ser escolhidas pelo professor ou sugeridas pelos próprios alunos. Podem abranger uma informação importante veiculada na mídia, uma propaganda, etc. Nesses casos, não tem sentido deixar de trabalhar esse tipo de atividade, pelo fato de não ter relação com o que se está fazendo no momento, nem inventar uma inexistente. Se a atividade permitir desenvolver um conteúdo significativo para os alunos, sua organização se justifica. O documento Referencial de expectativas para o desenvolvimento da competência leitora e escritora do ciclo II do EF – Matemática - apresenta algumas atividades com textos jornalísticos relatados por professores, que podem ser desenvolvidos nas aulas de Matemática.

5.3 Questões de natureza didática

Na reflexão sobre o processo de ensino e aprendizagem em Matemática, contamos hoje com diferentes contribuições das pesquisas na área de Educação Matemática que nos permitem compreender melhor o que ocorre nas relações entre alunos, professor e saber matemático, no dia-a-dia da sala de aula.

A diversidade de pesquisas é tão grande que não é possível resumi-las em um documento de orientações curriculares como este. Desse modo, as indicações apresentadas na seqüência, fazem referência a aspectos de algumas dessas pesquisas que precisam se aprofundadas por professores que ensinam Matemática.

5.3.1 Obstáculos e diferentes significados: alertas importantes no ensino e aprendizagem de números racionais e inteiros negativos

A aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com idéias construídas para os números naturais. Ao trabalhar com os números racionais, os alunos acabam tendo de enfrentar vários obstáculos, como:

- cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) representações fracionárias, como por exemplo, ½ pode ser representado por 2/4, 3/6, 4/8, 5/10;

- a ordenação dos números naturais , por exemplo, a relação 3 > 2, implica desigualdade que parece contraditória, ou seja, $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$;

- Acostumados a analisar o "tamanho" da escrita numérica dos naturais para indicar a ordem de grandeza, como por exemplo, 5432 > 55, a comparação entre 1,5432 e 1, 55 não obedece ao mesmo critério; ou seja 1,5432 < 1,55.

- quando multiplicam um número natural por outro (diferente de 0 ou 1) encontra-se um número maior que ambos, mas ao multiplicar 10 por 1/5, o resultado é 2, um número menor que 10;

- a seqüência dos números naturais permite estabelecer sucessor e antecessor, ou seja, 2 é antecessor de 3 ou 3 é sucessor de 2, mas para os racionais isso não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais quaisquer é sempre possível encontrar outro racional; ou seja entre 0,7 e 0,8 estão números como 0,761, 0,79 ou 0,701.

Além disso, um número racional pode se referir a várias situações com diferentes significados: relação parte/todo, quociente, razão, operador.

A relação parte/todo se refere às situações em que um todo (unidade) se divide em partes iguais e a fração indica a relação entre um número de partes e o total de partes; é o caso das tradicionais divisões de uma figura geométrica em partes iguais. A interpretação da fração como relação parte/todo supõe que o aluno seja capaz de identificar a unidade que representa o todo (grandeza contínua ou discreta), compreenda a inclusão de classes, saiba realizar divisões operando com grandezas discretas ou contínuas.

Um outro significado é o de quociente de um inteiro por outro ($a : b = \frac{a}{b}$; $b \neq 0$). Ela se diferencia da interpretação anterior, pois dividir uma unidade em 3 partes e tomar 2 dessas é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir 2 unidades em 3 partes iguais. Nos dois casos, o resultado é dado pelo mesmo número $\frac{2}{3}$.

Um terceiro significado é aquele em que o número racional é usado como um índice comparativo entre duas quantidades, ou seja, quando é interpretado como razão, como, por exemplo, 2 de cada 3 habitantes de uma cidade são mulheres e indica-se como $\frac{2}{3}$ da população da cidade é de mulheres**.**

As situações que envolvem probabilidades, como a chance de sortear uma bola preta de uma caixa em que há 3 bolas pretas e 8 bolas de outras cores é de 3/8. Ou ainda situações com escalas em plantas e mapas (escala de 1 cm para 100 m: representada por 1:10.000 ou $\frac{1}{10.000}$) e as que envolvem porcentagem (70 em cada 100 alunos gostam da escola, ou seja 70/ 100 ou 70% dos alunos gostam da escola.

Um quarto significado é o de operador, ou seja, quando o número racional desempenha papel de transformação, algo que atua sobre uma situação e a modifica como por exemplo, em problemas do tipo “que número devo multiplicar por 6 para obter 1”.

Estudos sobre uso dos números inteiros, mostra que o estudante vai enfrentar alguns obstáculos, como, por exemplo, conferir significado às quantidades negativas; ou reconhecer a existência de números em dois sentidos a partir de zero, enquanto para os naturais a sucessão acontece num único sentido; além de reconhecer diferentes papéis para o zero (zero absoluto e zero-origem)

Perceber a lógica dos números negativos, que contraria a lógica dos números naturais — como, por exemplo, é possível “adicionar 3 a um número e obter 2 no resultado”, como também é possível “subtrair um número de 3 e obter 5”; ou então interpretar sentenças do tipo a = - b, (o aluno costuma pensar que necessariamente a é positivo e b é negativo).

Além disso, a abordagem com ênfase na memorização de regras para efetuar cálculos, geralmente descontextualizados leva muitos alunos a não reconhecerem os inteiros como extensão dos naturais e, apesar de memorizarem as regras de cálculo, não as aplicam adequadamente, por não compreenderem o que é um número inteiro.

Assim, a abordagem dos números inteiros com atividades contextualizadas e diversificadas pode contribuir para melhor compreensão por parte dos alunos para com esses números.

5.3.2 O aporte da teoria dos campos conceituais

Teorias recentes, como as do pesquisador Gérard Vergnaud, trazem resultados interessantes ao revelarem que a dificuldade de um problema não está diretamente relacionada à operação requisitada para a solução; assim, nem sempre problemas que se resolvem por adição são mais fáceis para as crianças do que outros que se resolvem por subtração, como muitas vezes se imaginava.

Esses estudos apontam para um trabalho conjunto com os problemas aditivos e subtrativos, pois eles fazem parte de um mesmo campo conceitual, e apóiam-se na idéia de que os significados das operações não devem ser tratados de forma separada em sala de aula. O mesmo ocorre para os problemas de multiplicação e divisão, que compõem o campo multiplicativo.

Na seqüência, são apresentados exemplos de situações-problema dos campos aditivo e multiplicativo e que podem envolver números naturais ou racionais e que deveriam ser explorados pelos alunos do ciclo II do ensino fundamental, no sentido de ampliar e complementar o trabalho com situações-problema desenvolvido no ciclo I .

Campo Aditivo

- **Problemas de combinação: associados à idéia de combinar estados para obter um outro estado (ação de “juntar”)**

- Numa biblioteca há 2/5 de livros de literatura, ¼ de livros didáticos, 1/3 de livros paradidáticos e o restante é de revistas científicas. Qual é a fração do total de livros dessa biblioteca?

- **Problemas de transformação: associados à idéia de transformação, ou seja, alteração de um estado inicial, que pode ser positiva ou negativa.**

- Há dois meses Silvia pesava 57,8 kg. Nesses dois últimos engordou 0,3 kg. Quanto Silvia pesa hoje?

Esta situação-problema pode gerar outras como:

- Hoje Silvia pesa 58,1 kg. Nesses dois últimos meses ela engordou 0,3 kg. Quanto ela pesava há dois meses?

- Há dois meses o peso de Silvia era 57,8 kg, hoje ela pesa 58,1 kg. Quanto ela engordou nesse período?

- **Problemas de comparação: associados à idéia de comparação.**

- Marcos mede 1,79 m e seu primo Vitor 0,12 m a mais. Qual é a altura de Vitor?

Alterando-se a formulação do problema temos:

- Marcos mede 1,79 m e seu primo Vitor 1,91 m. Qual é a diferença entre as alturas dos meninos?

Vitor mede 1,91 m e seu primo Marcos 0,12 m a menos. Qual é a altura de Marcos?

- **Problemas associados à composição de transformações (positivas e negativas) que levam à necessidade dos números inteiros negativos, como, nos exemplos:**

- No início de um jogo Rafael tinha um certo número de pontos. Na primeira partida ele ganhou 15 pontos e, em seguida, perdeu 32. O que aconteceu com seus pontos após essas duas partidas?

- Rafael iniciou uma partida com 22 pontos de desvantagem com relação aos pontos de Gustavo, mas terminou o jogo com 35 pontos de vantagem em relação a Gustavo. O que aconteceu durante o jogo?

- Na primeira partida de um jogo Rafael perdeu 7 pontos. No final ele estava com uma desvantagem de 15. O que aconteceu nesse jogo?

- Na primeira partida de um jogo, Rafael perdeu 17 pontos e na segunda, perdeu 9. Como estavam seus pontos no final do jogo?

Campo multiplicativo

- **Problemas de multiplicação comparativa: associados à idéia de "multiplicação comparativa".**

- Um prêmio em dinheiro foi distribuído entre dois ganhadores. Marta recebeu R$ 2.000,00. Sandra ganhou o dobro do valor de Marta. De quanto era o valor desse premio?

A partir dessa situação é possível formular outras que envolvem a divisão.

- Um prêmio em dinheiro foi distribuído entre dois ganhadores. Marta ganhou R$ 2.000,00. Sandra ganhou metade do valor de Marta. De quanto era o valor desse premio?

- **Problemas de comparação de razões: associados à idéia de comparação entre razões** e que, portanto, envolvem a idéia de proporcionalidade.

Se 5,5 m de tecido custam R$ 55,00, quanto pagarei por 11 m desse mesmo tecido? (comprando o dobro da metragem deverá pagar o dobro do preço, não sendo necessário achar o preço de 1 metro para depois calcular o de 11 m).

A partir das situações de proporcionalidade, é possível formular outras que envolvem a divisão, associadas às ações de "repartir (igualmente)" ou de "determinar quanto cabe (medida)".

- Paguei R$ 55,00 por 11 m do mesmo tecido. Quanto pagaria por 0,50 m ? (como 0,5 cabe 22 vezes em 11, o dinheiro será dividido em 22 partes iguais; o que se procura é o valor de uma parte, ou calcular quanto custa cada metro e achar a metade).

- Em quantos pedaços de 0,30 m posso cortar 6 m de fita? (quantas vezes cabe 0,30 m em 6 m — identifica-se a quantidade de partes.)

- **Problemas associados ao produto de medidas.**

- Qual é a área em metros quadrados de um retângulo cujos lados medem 0,6 m e 0,9 m?

Este problema tem um grau de complexidade maior, porque duvidam de seu resultado, que é menor do que os fatores envolvidos. Isto ocorre, talvez, da idéia que o aluno tem que na multiplicação o resultado é sempre um número maior do que os fatores, idéia esta decorrente do trabalho com a multiplicação no campo dos números naturais. Este fato não ocorre com os racionais e os alunos precisam ter contato com situações que os permitam compreender este fato.

Este tipo de problema envolve uma associação entre a multiplicação e a divisão, como no exemplo:

A área de uma figura retangular é de 0,54 m^2. Se um dos lados mede 0,6 m, quanto mede o outro lado?

- **Problemas associados à idéia de combinatória.**

A idéia de combinatória envolve apenas o campo dos números naturais. Ela está presente em situações relacionadas com a multiplicação e a divisão.

- Numa festa havia sanduíches compostos por 3 tipos de pães e 4 tipos de recheios. Quantos eram os tipos de sanduíches dessa festa ?

- Numa festa havia 12 tipos de sanduíches com 3 tipos de pães e 4 recheios diferentes. Se havia sanduíches de todos os pães e de todos os recheios, quantos eram os recheios?

Esse tipo de problema pode ser resolvido pela contagem direta das possibilidades, usando uma tabela de dupla entrada ou de um diagrama de árvore que permita identificar todas as possibilidades. É importante que os alunos vivenciem esse tipo de situação antes de se pretender que reconheçam a utilização de um cálculo multiplicativo.

5.3.3 A construção do pensamento geométrico ao longo do ensino fundamental: as contribuições do modelo Van Hiele.

O modelo Van Hiele para o pensamento em Geometria, criado por Pierre Van Hiele e sua esposa Dina Van Hiele Geoldof, que tomaram por base as dificuldades apresentadas por seus alunos do curso secundário na Holanda. Os autores da pesquisa concluiram que os estudantes progridem segundo uma seqüência de níveis de compreensão de conceitos, enquanto eles aprendem Geometria. O progresso para o nível seguinte se dá pela vivência de atividades adequadas e a elevação de níveis depende mais da aprendizagem adequada do que da maturação.

O modelo consiste em cinco níveis de entendimento, classificados em “visualização”, “análise”, “dedução informal”, “dedução formal” e “rigor” (Shaughnessy e Burger 1985, p. 420),que descrevem as características do processo de raciocínio. Auxiliado por experiências instrucionais apropriadas, o modelo afirma que o aprendiz move-se seqüencialmente do nível básico ou inicial (visualização), onde o espaço é simplesmente observado – as propriedades das figuras não são reconhecidas explicitamente, pela seqüência listada acima até o nível mais alto (rigor), que está relacionado com aspectos abstratos formais da dedução. Poucos alunos são expostos ao último nível ou o alcançam. Uma síntese dos níveis é apresentada a seguir, destacando-se que no ensino fundamental seria desejável que os alunos construíssem conhecimentos geométricos correspondentes, pelo menos, ao nível 3.

Nível 1 : visualização ou reconhecimento

No estágio os alunos se relacionam com o espaço como algo que existe ao redor deles. Os conceitos geométricos são vistos mais como entidades geométricas do que como entidades com componentes e atributos. Nesse nível, os alunos reconhecem figuras geométricas por suas formas, por sua aparência física e não por suas partes ou propriedades; aprendem vocabulário geométrico, identificam formas especificadas e, reproduzem figuras a partir de sua aparência global. Os alunos reconhecem a forma de um quadrado ou de um retângulo porque estes são semelhantes na forma a quadrados e retângulos encontrados anteriormente, entretanto, não reconheceria que as figuras têm ângulos retos ou que os lados opostos são paralelos.

Nível 2: Análise

No nível 2 os alunos começam a discernir as características de uma figura, por meio de observação e experimentação. As propriedades emergentes dessa análise são usadas para conceituar classes de formas geométricas. Desse modo, passam a reconhecer figuras pelas suas partes. Mas, não estabelecem relações entre propriedades, inter-relações entre as figuras e definições não são entendidas.

Nível 3: Dedução informal

Neste nível, os alunos podem estabelecer inter-relações entre propriedades de uma figura como em um quadrilátero; lados opostos paralelos necessitam que os ângulos opostos sejam iguais e entre duas figuras como, por exemplo, um quadrado e um retângulo por meio de propriedades dessas figuras. Eles deduzem propriedades de uma figura e reconhecem classes de figuras e inclusão de classes. As definições passam a ser mais significativas. Os alunos iniciam-se na argumentação informal, mas, não compreendem o significado da dedução como um todo ou a função dos axiomas. Usam resultados obtidos empiricamente freqüentemente em conjunção com técnicas de dedução. Algumas provas formais podem ser deduzidas, mas os alunos não vêem como a lógica poderia ser alterada nem como construir uma prova partindo de premissas diferentes ou não-familiares.

Nível 4: Dedução

Neste nível, a importância da dedução, como um modo de estabelecer a teoria geométrica dentro de um sistema axiomático, é entendida. Os alunos compreendem a inter-relação e função de termos indefinidos, axiomas, postulados, definições, teoremas e provas. Passam a construir provas, não somente a memorizar; percebem a possibilidade de desenvolver uma prova de mais de um modo; compreendem a interação de condições necessárias e suficientes e distinguem uma afirmação de sua recíproca.

Nível 5: Rigor

Nesse estágio, o aprendiz pode trabalhar numa variedade de sistemas axiomáticos, podem estudar geometrias não-euclidianas e têm condições de comparar diferentes sistemas. A Geometria é vista no abstrato.

5.3.4 Investigações relativas à álgebra

House (1994) destaca que, há muito tempo, a álgebra ocupa um lugar de destaque nos currículos de Matemática da Educação Básica. No entanto, ele considera que, embora sejam feitas modificações periódicas nas propostas curriculares, o que se faz é um rearranjo dos elementos dos conteúdos do passado.

Para esse autor, duas forças atuam sobre a definição dos conteúdos, sobre o ensino e as aplicações da álgebra. Ele identifica como origens dessas forças, as tecnologias da informação e as forças sociais.

Com o advento das tecnologias outras áreas como ciências sociais e biológicas tornaram-se altamente dependentes dos processos matemáticos. Nessas áreas, os conceitos e processos algébricos, como manipulação de variáveis e avaliação de tendências, são de importância fundamental. Outra implicação das tecnologias da informação nos currículos de álgebra refere-se ao fato de que os algoritmos terão seu papel diminuído e ao mesmo tempo realçado — diminuído em termos de memorização para obter respostas, e realçado para aprender a planejar e criar algoritmos para execução pelas pessoas e pelo computador.

Por sua vez, as ferramentas tecnológicas suscitam reflexões interessantes: se a tecnologia de computação oferece abordagem interativa para aproximar as raízes de uma função com graus de precisão cada vez maiores e num tempo extremamente pequeno. Para que ensinar a fatoração de polinômios, simplificação de expressões racionais, fórmulas como a de Bháskara?

House (1994) alerta para o fato de que desde o ensino fundamental, alunos que planejam um fluxograma ou que programam um algoritmo, que coletam dados para a organização de uma tabela, que acham o valor de uma expressão variável ou que formulam perguntas do tipo “e se…”? com a planilha eletrônica, estarão lançando fundamentos importantes para o estudo da álgebra.

Tais fundamentos provavelmente serão muito mais eficazes do que os que hoje são construídos em aulas expositivas, baseadas em numeroso conjunto de regras. Além disso, a velocidade de cálculo e exatidão das calculadoras permitirão que dediquemos mais tempo a processos heurísticos, como construção de tabelas, em busca de modelos.

Com relação ao que denomina forças sociais, House (1994) observa que o impacto das tecnologias sobre praticamente todas as fases da atividade humana, criou novas demandas por cidadãos que tenham facilidade para o raciocínio quantitativo e processos matemáticos. Essa necessidade inclui o conhecimento de uma série de tópicos, como estatística e probabilidade, promovendo a inclusão desses e de outros assuntos no currículo.

Concepções de álgebra no ensino, segundo Usiskin

Outro autor que procura discutir as finalidades do ensino e da aprendizagem da álgebra, os objetivos da formação em álgebra e as concepções que se tem desse corpo de conhecimentos é Usiskin (1994), que identifica quatro concepções de álgebra:

- A primeira delas é a álgebra como aritmética generalizada. Dentro dessa concepção as atividades centrais para a aprendizagem são traduzir e generalizar. Nesta concepção, é natural pensar as variáveis como generalizadora de modelos. Por exemplo, a partir de várias situações como 3 + 5 = 5 + 3, 2 + 4 = 4 + 2, etc generaliza-se: a + b = b + a. algumas "traduções" são praticamente automatizadas pelos alunos, como o dobro de um número: 2x; o triplo de um número: 3x; a metade de um número: x/2; o quadrado da soma de dois números: (a + b) 2 , etc.

- A segunda concepção é a que entende a álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, alguns até com resoluções aritméticas simples. Enquanto na concepção anterior as atividades centrais são traduzir e generalizar, nesta as atividades são simplificar e resolver. É o caso de problemas como: adicionando 5 ao dobro de um certo número, a soma é 17, qual é esse número, pelo qual os alunos são estimulados a traduzir para a linguagem algébrica: 2x + 5 = 17.

- A terceira concepção é a que identifica a álgebra como o estudo de relações entre grandezas. Ela se manifesta, pelo estudo de fórmulas, como por exemplo, a fórmula A = bh que fornece a área de um retângulo. Nela se expressa uma relação entre as três grandezas. A distinção crucial entre esta concepção e a anterior é que, neste caso, as variáveis se alteram. A diferença fundamental entre estas concepções e isso ficam evidentes pela resposta que os alunos geralmente dão à seguinte pergunta: O que ocorre com o valor de 1/x quando x se torna cada vez maior? Isso parece simples, mas é suficiente para confundir os alunos. Ou seja, x não é incógnita, e só pedimos para que o aluno traduza isso.

- Uma quarta concepção é a da álgebra. como estudo das estrutura.Nos cursos superiores, o estudo da álgebra envolve estruturas como grupos, anéis, domínios de integridade, corpos e espaços vetoriais. Isso parece ter pouca semelhança com a álgebra da educação básica. Contudo, reconhecemos nela o estudo das estruturas pelas propriedades que atribuímos às operações com números reais e polinômios. Consideremos um exercício em que se pede para fatorar: 3x2 + 4ax – 13a2 . Não se trata de nenhuma função ou relação; a variável não é um argumento. Não há equação alguma a ser resolvida, de modo que a variável não atua como incógnita. Também não há nenhum modelo matemático a ser generalizado.

Relações entre aritmética e álgebra

Em suas reflexões sobre o ensino de álgebra, Lins e Gimenez (1997) fazem considerações no sentido de que a atividade algébrica não é conseqüência natural da aprendizagem da aritmética. Tais reflexões suscitam uma discussão sobre a educação aritmética e algébrica dentro e fora da escola, como ambas são tratadas pelo “Mundo Acadêmico” e, como a educação Matemática pode estar facilitando a produção de significados, para álgebra e aritmética, permitindo que ambas se relacionem entre si, de forma diferente das leituras tradicionais, tais como “álgebra é aritmética generalizada” ou “álgebra é a estrutura da aritmética”.

Apontam o perigo de severos cortes (momento de seleção) na educação matemática escolar e a postura de que a sua introdução na 6ª e 7ª séries pode ser precoce para a maioria dos alunos, que não teriam alcançado o nível de desenvolvimento intelectual requerido. Citam como exemplo fato já ocorrido em outros países, como a Inglaterra, que tentaram solucionar os problemas de aprendizagem da álgebra adiando a sua introdução em séries posteriores, como se fosse a única solução, obtendo resultados nada positivos.

Defendem a necessidade de se começar mais cedo o trabalho com álgebra de modo que ela se desenvolva junto com a aritmética, uma implicada no desenvolvimento da outra. Os autores destacam que a aritmética está nos currículos do ensino obrigatório em todos os países e há muito tempo. As “aritméticas” são os primeiros livros que se publicam na Matemática ocidental com o objetivo de ensinar essa “arte”, que contém, originalmente, regras e técnicas.

Os conceitos aritméticos usados na educação Matemática têm correspondido a relações quantitativas sobre coleções de objetos e que deram origem a duas visões: uma extremamente formal e outra simplesmente manipulativa.

Assim tem sido freqüentemente esquecido que a aritmética inclui também:

a) *Representações e significações diversas (ponto de referência e núcleos, que manipulam a idéia simples do manipulativo);*

b) *Analise do "porquê" dos algoritmos e divisibilidade (elementos conceituais);*

c) *Uso adequado e racional de regras (técnicas, destrezas e habilidades);*

d) *Descobertas ou "Teoremas" (descobertas, elaboração de conjecturas e processos de raciocínio).*

Esses autores chamam a atenção para o fato de que é necessário relacionar um bom trabalho aritmético com a mudança de perspectiva das tarefas do professor. Eles indicam algumas condições, a saber: a) reconhecer a necessidade de uma mudança curricular que sirva para desenvolver um sentido numérico, ou seja, colaborar para que o estudante seja capaz de interpretar e formular textos numéricos, reconhecer visualizações, relacionar ao máximo os conteúdos que conhece na pratica situada de cada momento, utilizar métodos originais para distintos tipos de situações, avaliar se são razoáveis e eficazes, etc.; b) integrar diversos tipos de raciocínio na produção de conjecturas ante os problemas apresentados, superando os erros, as dificuldades e os obstáculos; c) assumir o papel dos distintos cálculos, que não se reduzem à obtenção de resultados, e contribuam para aprimorar processos como planificar, desenvolver estratégias diferentes, selecionar as mais adequadas, etc., e, por último, d) fomentar uma avaliação que contemple a regulação e o controle constante do processo de ensino proposto.

As potenciais dificuldades dos estudantes em álgebra

Kieran (1981) considera três fatores que, em sua opinião, são potenciais contribuintes para as dificuldades que o estudante tem em aprender álgebra: aprendizagem, ensino e conteúdo.

Relativamente ao ensino, Kieran destaca que o volume de pesquisa que tem sido realizado com os professores de álgebra, é mínimo. Resultados desses poucos estudos sugerem que suas concepções são estruturais e que essa é a abordagem que eles favorecem em seu ensino. Apesar da natureza do ensino da álgebra, os estudantes raramente parecem capazes de desenvolver concepções estruturais maduras.

Segundo Kieran, a aprendizagem é, em um sentido, o fator mais fácil de se lidar, pois a maioria das pesquisas em álgebra escolar tem se concentrado nessa matéria e que, segundo essas pesquisas, dois temas dominantes emergem: a acessibilidade de interpretações processuais em relação às estruturais e a dificuldade para a aquisição de uma concepção estrutural de álgebra.

A autora sugere que, primeiro, maior esforço deve ser investido nesse ensino em sala de aula a fim de criar uma base sólida para desenvolver concepções estruturais de álgebra, despendendo, consideravelmente, mais tempo em concepções processuais. Enfatiza que se requer um período prolongado de prática antes que as concepções processuais possam ser transformadas em estruturais.

Finalmente, em termos de conteúdo, Kieran avalia que se os estudantes sentem dificuldade com a álgebra que é ensinada por seus professores e eles ensinam a álgebra que é apresentada nos livros didáticos, então o principal fator que contribui para a dificuldade poderia ser atribuído, por falta de outra razão, ao conteúdo da matéria como disposta na maioria dos livros didáticos.

Categorização de erros na álgebra

Já os estudos de Cortés & Kavafian (1999) apresentam uma classificação de erros e as constatações referentes à persistência deles, que ocorrem no trabalho com a álgebra.O referido estudo levanta por meio de uma pesquisa empírica, os erros cometidos por alunos franceses (no nível correspondente à 7ª e 8ª séries no Brasil), quando da resolução de equações. Esses erros são classificados em cinco categorias, construídas a partir da utilização incorreta de determinadas propriedades matemáticas.

Os autores utilizam-se do quadro teórico Invariantes Operacionais, de Gérard Vergnaud (1990), para a elaboração, aplicação e análise da pesquisa.

Foram propostas aos alunos cinco tipos de tarefas, as quais, segundo os autores, são a origem dos erros na aprendizagem da álgebra:

- tarefas envolvendo transformações algébricas com números/coeficientes negativos;
- tarefas envolvendo cálculo numérico com números negativos;
- tarefas envolvendo fatoração e redução de termos semelhantes;
- tarefas envolvendo o tratamento de produto de fatores;
- tarefas envolvendo a passagem dos termos algébricos, de um membro para o outro da equação (na resolução de equações do tipo $ax+b = cx+d$).

Para os autores, a passagem por um erro durante a aprendizagem da resolução de equações algébricas, é quase que necessária para o aluno, principalmente quando ele se depara com uma situação nova, como equações com incógnitas nos dois membros ou quando as equações envolvem produto de fatores.

5.1.4.5 Investigações relativas ao tratamento da informação

Além do desafio de buscar novas perspectivas para o ensino de temas clássicos da álgebra e da geometria, novas demandas são colocadas para os currículos da educação básica. Uma delas é a incorporação de conteúdos de estatística, probabilidade e combinatória, em função de demandas da sociedade em que estão inseridos os alunos, e outra é a larga exploração dos recursos das tecnologias da informação e da comunicação (TICs).

Batanero (1996) aponta cinco razões para que um tema qualquer deva ser incluído no currículo da educação obrigatória:

Que seja uma parte da educação geral desejável para os futuros cidadãos adultos;

Que seja útil para a vida posterior, bem como para o trabalho ou para o tempo livre;

Que auxilie o desenvolvimento pessoal;

Que ajude a compreender os outros temas do currículo tanto da educação obrigatória como da posterior;

Que constitua a base para uma especialização posterior no mesmo tema ou outros relacionados.

Segundo a autora, essas razões estão amplamente contempladas pela estatística. Entretanto, é necessário o conhecimento da teoria da probabilidade para uma compreensão adequada dos métodos estatísticos, que são hoje indispensáveis nos campos científico, profissional e social.

Batanero (1996) destaca que a probabilidade pode ser aplicada na realidade tão diretamente como a aritmética elementar, não sendo preciso o conhecimento de teorias nem de técnicas matemáticas complicadas, e que a probabilidade proporciona uma excelente oportunidade para mostrar aos alunos como matematizar, ou seja, como aplicar a Matemática para resolver problemas reais. Segundo essa autora, o ensino das noções probabilísticas pode ser realizado mediante uma metodologia heurística e ativa, por meio do plano de problemas concretos e a realização de experimentos reais ou similares.

Embora a incorporação do bloco denominado nos PCNEF como "Tratamento da Informação" seja perceptível nos livros didáticos, ela ainda é bastante restrita. Estudos realizados por Lopes (1998) sobre o ensino da Probabilidade e da Estatística mostram que nos currículos de Matemática na escola fundamental é enfatizado apenas o trabalho com tabelas, gráficos, medidas de posição e medidas de dispersão, o que, segundo a autora, não seria suficiente para atender a uma necessidade básica da formação do estudante, considerando que uma sociedade informatizada; requer levá-lo ao desenvolvimento do pensamento estatístico e probabilístico.

Para Lopes, nas propostas internacionais, há uma relevância da estocástica. Os currículos consideram que o trabalho com esse tema atende a urgência de desenvolver habilidades básicas para exercício da cidadania, além de preparar os estudantes para lidarem com o enorme volume de informações presentes na sociedade contemporânea.

Godino e outros autores (1996) apontam uma razão do tipo social para defender a educação da intuição probabilística no ensino fundamental, que é tornar os estudantes conscientes da natureza probabilística de distintos jogos de azar (loterias, máquinas caça-níqueis, bingos, etc.), jogos que são magníficos negócios para quem os promove e um risco desproporcional de perder dinheiro para quem aposta. Eles questionam se é racional um homem ou uma mulher expor seus bens a uma casualidade tão pouco favorável para si.

5.4 Recursos Didáticos

Nas últimas décadas, diferentes recursos didáticos foram criados com a finalidade de melhorar as condições de ensino e aprendizagem em Matemática. São diversos os materiais manipuláveis que permitem fazer experimentos e simulações: modelos de sólidos geométricos, geoplanos, tangrans, poliminós, balanças, instrumentos de medida, são alguns dos exemplos. Cada vez mais estão disponíveis *softwares* e objetos de aprendizagem na Internet. Calculadoras, computadores, vídeos são recursos mais e mais acessíveis.

Mas, sem dúvida, os livros didáticos continuam desempenhando papel importante no processo de ensino e aprendizagem em Matemática. No entanto, é preciso analisar a concepção de ensino e aprendizagem subjacente a uma obra didática, pois muitas delas ainda se pautam pela exposição fechada do assunto, acompanhada de exercícios modelos, de uma lista de exercícios de aplicação de fixação do aprendizado. Livros assim estruturados colaboram para o desenvolvimento de uma atitude passiva dos alunos, tanto com relação aos conteúdos como aos procedimentos utilizados e não favorecem relações entre o ensino escolar e a realidade, não potencializam descobertas e apenas favorecem a memorização mecânica.

Assim, é importante que o professor procure analisar, para além das aparências, que concepções de ensino de Matemática o livro contempla e se possibilita (dentro dos limites próprios desse e de qualquer outro recurso) um trabalho que promova aprendizagens ricas, significativas, contextualizadas, etc.

É sempre desejável que os estudantes tenham acesso aos suportes em que se encontram os textos em estudo. É importante que vejam o livro, o jornal ou a revista, o *site* da Internet por onde os textos circulam, pois cada contexto fornece informações que contribuem para a construção dos sentidos pelo leitor. Sempre que possível, portanto, o professor deve mostrar aos alunos os suportes que veiculam os textos que seleciona. Além do livro didático e dos livros e revistas da Sala de Leitura, o professor pode contar com *sites* interessantes na Internet para a coleta de textos dos gêneros de foco.

5.5 Instrumentos de avaliação

Para avaliar os conhecimentos prévios especificamente de Matemática, é interessante realizar um diagnóstico de cada turma e para o que é importante que os professores que atuam num “ano” da trajetória escolar do aluno, analisem que aprendizagens seriam as previstas para os anos anteriores e, desse modo, realizar diagnósticos que efetivamente revelem o direcionamento de seu trabalho.

Como parte integrante dos diagnósticos é fundamental ouvir os estudantes quanto às suas expectativas de aprendizagem: como se relacionam com a Matemática, como relacionam a Matemática que aprendem na escola com a do seu cotidiano, que facilidades e que dificuldades identificam no seu processo de aprendizagem, se conseguem ler e interpretar enunciados usados nas aulas, etc.

O acompanhamento das aprendizagens pode contar com a participação dos próprios alunos. Desse modo, ao longo do ano, a partir das expectativas de aprendizagem que estão sendo trabalhadas num dado período (mês ou bimestre), o professor pode organizar fichas com indicadores que eles mesmos vão ajudar a preencher. No exemplo abaixo há uma ficha de aluna de 1ª série do ciclo II:

Nome do aluno: Adriana Turma: A	Aprendi muito bem	Aprendi mas tenho algumas dificuldades	Acho que não aprendi o suficiente
I1: Leitura, escrita e representação dos números racionais na forma decimal.	A		
I2: Resolução de problemas com números racionais		B	
I3: Comparação, ordenação, leitura e escrita de números racionais, representados na forma decimal ou fracionária.	A		
I4: Localização de números racionais na reta numérica.			C
I5: Relação entre forma fracionária e decimal de números racionais.			C

Esses dados podem ser agrupados em outras fichas que consolidem a situação do grupo classe.

	I1	I2	I3	I4	I5
Adriana	A	B	A	C	C
Carlos	A	A	C	C	C
Daniel	B	B	A	C	C
Douglas	A	A	B	A	A
...	...	...	...	...	...

A capacidade de se auto-avaliar não pode ficar evidentemente restrita ao aluno atribuir-se uma menção, mas deve ser aprofundada para ele tomar consciência de seus próprios percursos de aprendizagem. Assim, além de ser uma experiência comprometida com a construção da autonomia do estudante, esse exercício está ligado à avaliação formativa, que tem o compromisso com a garantia da aprendizagem e do sucesso do(a) aluno(a).

Quanto mais nossos estudantes forem estimulados a explicitarem suas necessidades, suas dificuldades, suas características e formas de aprender/estudar, tanto mais podem identificar para si próprios, possíveis estratégias de ação para enfrentarem problemas.

Outra forma de registro interessante são as fichas de acompanhamento do desenvolvimento de atitudes. Em tarefas como de resolução de problemas, por exemplo, é possível analisar algumas atitudes dos alunos.

No exemplo mostrado a seguir, o preenchimento do S (SIM) ou N (NÃO) permite a visualização da situação de cada aluno e mostra o que deve merecer mais atenção do professor e dos próprios alunos.

Alunos	1	2	3	4	5
Adriana	S	S	S	N	N
Carlos	S	N	N	S	N
Daniel	S	N	N	S	N
Douglas	S	N	N	S	N

O aluno:
1. consegue explicitar o problema com suas palavras?
2. usa estratégias pessoais na resolução do problema ou somente resolve quando identifica um algoritmo que conhece e pode ser usado?
3. demonstra autoconfiança?
4. espera ajuda do professor?
5. verifica se a solução é adequada ao problema?

Convém destacar que o desenvolvimento de ferramentas que propiciem o registro acumulado das atividades do aluno, permitindo um acompanhamento sistemático, é desejável, mas não pode ser realizado numa perspectiva meramente controladora e, sim, praticar a avaliação num ambiente colaborativo em que todos querem aprender e ajudar outros em suas aprendizagens, construindo uma cultura avaliativa centrada na ética, no respeito às individualidades, em que o erro faz parte do processo de aprendizagem.

Segundo alguns autores, o momento do “feedback”, ou seja, dessa comunicação entre professor(a) e aluno(a) deve ser institucionalizado, deve integrar sistematicamente o processo avaliativo, permitindo captar as reações dos alunos, suas questões sobre o sentido e o alcance do que foi dito pelo avaliador, seus pedidos de explicação sobre as apreciações e as notas E toda comunicação deve ser feita entre professor(a) e aluno(a), sujeito único, com necessidades e qualidades específicas, uma vez que “a informação diferenciada dá a chance de que esse sujeito encontre julgamentos positivos sobre si, em alguma qualidade, que o motivem e valorizem seu esforço” (Sacristán, 1998)

Também a comunicação escrita pode e deve ser coerente com esses princípios formativos, no sentido de estabelecer um diálogo com o(a) aluno(a) e lhe dar pistas para reconhecer seus avanços e dificuldades. Os próprios registros formais dos resultados e da análise dos dados da avaliação podem corresponder à necessidade de avaliação processual.

Numa perspectiva de aprendizagem como processo contínuo e de sistematizações em espiral, bem como de uma avaliação formativa, dinâmica, nenhum aluno é bom/ruim ou tem dificuldades, mas está bem ou mal, o que significa dizer duas coisas: uma, que qualquer interpretação do estado - provisório - do(a) aluno(a) implica uma tomada de decisão para a superação/avanço; e dois, que nenhum registro pode ser encarado de forma estática, sendo permitido e, sobretudo, necessário que ele traduza as práticas de ensinar e de aprender em sua dinamicidade.

O uso de portfólios

Dentre os instrumentos de avaliação, os portfólios são apontados como potencialmente interessantes por serem capazes de reunir qualidades como ser processual, dinâmico, trabalhar múltiplas relações de saberes e proporcionar elementos para o exercício metacognitivo e o diálogo professor(a)-aluno(a), além de possibilitar uma construção particular por parte do sujeito da aprendizagem.

O que seria um portfólio nas aulas de Matemática? Além de livros e do caderno de anotações de aula, os alunos podem reunir em portfólios suas produções escritas (relatórios, resumos, "definições" provisórias, elaboração de conjecturas) como também pesquisas na Internet, livros, fotos, fichas de avaliação, modelos de jogos, entrevistas, enfim todos os registros que ajudem a evidenciar a sistematização do conhecimento pelo aluno de forma cumulativa e dinâmica, além de atender aos desejos e necessidades de complementação por aluno(a), de seus conhecimentos matemáticos..

Avaliações por meio de "provas escritas"

Dentre os instrumentos de avaliação, as provas escritas compostas por questões abertas ou de múltipla escolha foram, tradicionalmente, os únicos instrumentos utilizados para avaliar a aprendizagem dos estudantes. Esse fato foi bastante criticado porque a avaliação é um processo complexo que não pode restringir-se a um momento pontual na trajetória de aprendizagem do aluno. Isso não significa, porém, que esses instrumentos não devam ser utilizados. No entanto, é preciso que eles expressem coerência, os objetivos de aprendizagem e com o que se pretende valorizar ao adotar abordagens metodológicas como as expressas neste documento.

Bibliografia

BIBLIOGRAFIA

BARRIGA, A. D. *Avaliação: uma prática em busca de novos sentidos* (org.). 4ª ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

BATANERO, C; GODINO, J. D. *Azar y probabilidad.* Madrid: Stesis, 1996.

———; ———; NAVARRO–PELAYO, V; *Razoamento combinatório en alumnos de secundaria*. Educación matemática, Grupo Editorial Ibero América, v. 8, 1996.

BISHOP, A. ; KILPATRICK, J. *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós, 1991.

BRASIL. Ministério da Educação/Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: Ensino Fundamental.* Brasília, 1996.

CHARLOT, B. *Histoire de lá réforme des "maths modernes"; idées directrices et contexte institutionnel et socio-économique.* Bulletin APMEP França, n. 35, 1986.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Sociedade, cultura, matemática e seu ensino*. Revista Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 31, p. 99-120, 2005.

DOLL JR., W.E. *Currículo: uma perspectiva pós-moderna*. Tradução de Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

ESTEBAN, M. T. *Avaliação: uma prática em busca de novos sentidos* . 4ª ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

FIORENTINI, D. MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. *As concepções de educação algébrica.* In: Pro-Posições. São Paulo: Cortez, 1993, v. 4, n° 1 (10): 39-54, mar. 1993.

GARCIA, R. L. *Avaliação: uma prática em busca de novos sentidos*. 4ª ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

HOUSE, Peggy A. *Álgebra: idéias e questões.* In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. As idéias da álgebra. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual.

IFRAH, Georges – *Os números – História de uma grande invenção*, São Paulo, Globo, 1989

KIERAN, Carolyn. *The learning and teaching of school algebra*. Montreal: Université du Québec à Montréal, 1992.

LDB – Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. LEI No. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. D.O.U. de 23 de dezembro de 1996.

PARRA, C. E SAIZ, I. *Didática da Matemática.* 1996. Porto Alegre: Artes Médicas.

LINS, Rômulo & GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI.* Campinas: Papyrus, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

LOPES, CELI A. E. *A probabilidade e a estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular.* Campinas, 1998. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de Campinas.

LUCKESI , Cipriano Carlos. *Avaliação da aprendizagem na escola: reelaborando conceitos e recriando a prática*. 7ª ed. Salvador. Malabares Comunicação e Eventos, 2003.

PARO, Vitor Herique. *Reprovação escolar: renúncia à educação.* São Paulo: Xamã, 2001.

PARRA, Cecília e Saiz, Irma (org.) – *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas* Porto Alegre, Artmed, 1996

PAVANELLO, R. M. *O abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e conseqüências.* Zetetiké, Campinas, ano I, n. 1, mar. 1993.

PERRENOUD, Philippe. *Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens - entre duas lógicas.* Porto Alegre RS: Artes Médicas Sul, 1999

PIRES, Célia Maria Carolino. *Currículos de Matemática: da organização linear à idéia de rede.* São Paulo: FTD, 2000.

______________. *“Ensino de Geometria no Brasil: uma análise com base em modelos de referências que colocam em relação à epistemologia e a didática da geometria”,* Anais da VII Reunião de Didática da Matemática do Cone Sul, 2006.

POZZO, Juan Ignácio (org.) – *A solução de problemas. Aprender a resolver, resolver para aprender,* Porto Alegre, Artmed, 1998.

PONTE, J.P., Brocardo, J. e Oliveira, H. *Investigações matemáticas na sala de aula.* Associação de Professores de Matemática. ISBN: 85-7526-103-7 -- 1ª Edição, Out. 2003

SACRISTÁN, J.G. *O currículo: uma reflexão sobre a prática.* Porto Alegre: ArtMed, 2000.

SERRAZINA, L. et al. *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa,1999.

USISKIN, Zalman. *Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis.* In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. As idéias da álgebra. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, p. 9-22, 2003.

VELOSO, E.; PONTE, J. P. *Ensino de Geometria no virar do milênio.* Departamento de Educação Faculdade de Ciências-Universidade de Lisboa.

VERGNAUD, G. *La Teorie des Champs Conceptuals RDM*, V10, N23, 1990.

______________. *Epistemology and Psychology of Mathematics Education*, em NESHER & KILPATRICK *Cognition and Practice*, Cambridge Press, Cambridge, 1994.

______________. *A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education.*

JMB, V17, N2, pp.167-181, 1998

ZABALA, Antoni. *A prática educativa: como ensinar.* Porto Alegre. Artmed, 1998. __________. *Como trabalhar os conteúdos procedimentais em aula.* Porto Alegre. Artmed, 1999.

editoração, ctp, impressão e acabamento

imprensaoficial

Rua da Mooca, 1921 São Paulo SP
Fones: 6099-9800 - 0800 0123401
www.imprensaoficial.com.br